COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 FÉVRIER 1880.

PRÉSIDENCE DE M. EDM. BECQUEREL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie la perte douloureuse qu'elle vient de faire dans la personne de M. *P.-A. Favre,* Correspondant de la Section de Chimie, décédé à Marseille le 17 février 1880.

M. le **Secrétaire perpétuel** rappelle en quelques paroles émues les services rendus à la Science par notre digne et regretté Correspondant :

« M. Pierre-Antoine Favre était né à Lyon le 20 février 1813. Élève de notre éminent confrère M. Peligot, il avait pris à son école les habitudes de précision et la passion du travail dont il a donné des preuves si profitables pendant tout le cours de sa vie.

» Après quelques publications se rapportant à des questions de Chimie minérale analytique, il fut attaché par M. Andral au laboratoire que l'illustre professeur avait consacré aux études physiologiques dont la Science et l'art de guérir ont gardé un profond souvenir.

» Plus tard, et dans la même voie, il poursuivait des recherches de Chimie physiologique, à la sollicitation et avec le concours du Dr Jecker, l'un des principaux bienfaiteurs de l'Académie.

» Mais la véritable carrière scientifique de M. Favre n'était pas encore ouverte. C'est en entrant au Conservatoire des Arts et Métiers en qualité de préparateur de M. Peligot qu'elle se révéla, par sa collaboration avec M. Silbermann, préparateur de Physique de M. Pouillet, professeur dans le même établissement. Le voisinage des deux laboratoires et l'amitié qui ne tarda point à unir les deux préparateurs leur inspira la pensée de poursuivre en commun des études qui étaient de nature à intéresser à un degré égal la Physique et la Chimie, c'est-à-dire la mesure de la quantité de chaleur qui se manifeste dans la plupart des réactions chimiques.

» Après les expériences de Laplace et Lavoisier et celles plus récentes de Dulong, il restait à déterminer les quantités de chaleur développée par la combustion d'un grand nombre de corps simples ou composés. En opérant avec un calorimètre de leur invention et en mettant en usage des artifices ingénieux, MM. Favre et Silbermann furent bientôt en état de donner aux physiciens et aux chimistes les chiffres exacts représentant le nombre de calories mises en liberté par l'union de l'oxygène avec les principaux corps simples ou composés, pris en quantités exprimées en équivalents.

» La Thermochimie, à laquelle notre confrère M. Berthelot a consacré plus récemment tant d'années et des études si bien conduites et si complètes, fut dès cette époque l'objet de toutes les préoccupations de M. Favre. Il étendit à toutes les combinaisons et à tous les changements d'état des corps les déterminations thermiques consacrées spécialement d'abord aux combinaisons avec l'oxygène, aux combustions vives.

» Parmi les problèmes particuliers sur lesquels son attention fut arrêtée, on remarque les différences constatées pour le même poids de pur carbone dans les quantités de chaleur produite par la combustion du charbon noir, du graphite et du diamant; on n'a point oublié les résultats signalés par M. Favre au sujet de la chaleur absorbée, en reprenant l'état gazeux, par les divers gaz liquéfiés ou solidifiés, ainsi que par les gaz absorbés par les corps poreux et reprenant leur liberté.

» On n'a point oublié surtout les études délicates par lesquelles M. Favre a démêlé dans les fonctions de la pile de Volta les circonstances qui se rapportent à l'action chimique, au développement de la chaleur et aux mouvements électriques.

» Le calorimètre de MM. Favre et Silbermann a pu faire place à des instruments, sinon plus délicats, du moins plus sûrs dans leurs indications; la vie scientifique de notre savant Correspondant n'en demeurera pas moins liée d'une manière étroite à la naissance, aux progrès et à l'histoire de la Thermochimie.

EXPOSITION

DE LA

MÉTHODE DES ÉQUIPOLLENCES

PAR

GIUSTO BELLAVITIS,

Professeur à l'Université de Padoue,

TRADUIT DE L'ITALIEN

PAR

C.-A. LAISANT,

Capitaine du Génie, ancien Élève de l'École Polytechnique.

UN VOLUME IN-8, AVEC FIGURES DANS LE TEXTE ; 1874. PRIX : 4 FR. 50 C.

Extrait de la Préface du Traducteur.

La *Méthode des Equipollences* de M. Bellavitis est peu connue en France, et seulement depuis quelques années. A la suite d'articles sur le Calcul directif, publiés en 1868, dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques*, par M. Abel Transon, celui-ci eut occasion de signaler les travaux poursuivis depuis longtemps, en Italie, par M. Bellavitis ; puis, l'année suivante, M. Hoüel, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux, publia, dans le même Recueil, une intéressante exposition abrégée de la *Méthode des Équipollences*.

« Aucun des auteurs qui ont traité ce sujet, dit M. Hoüel, n'a présenté la méthode avec autant d'étendue que le savant professeur de Padoue, dont les travaux remontent à l'année 1832 ; aucun ne l'a exposée sous une forme aussi simple et aussi bien appropriée au sujet. »

Il semble difficile de ne pas être de cet avis, si peu qu'on soit initié à la méthode en question. Peut-être n'est-il pas inutile de rappeler ici rapidement en quoi consiste cette méthode, remarquable et féconde.

On y considère les droites tracées sur un plan dans des directions quelconques ; puis, les représentant par des notations qui impliquent à la fois la grandeur et la direction, et cherchant à exprimer les relations géométriques qui lient entre elles les diverses parties des figures planes, on arrive à établir un Calcul (*Calcul des Équipollences*) dont les règles sont les mêmes que celles du Calcul algébrique ordinaire. On voit que, de la sorte, on se trouve mis en possession d'un instrument analytique facile à manier, et dont

l'usage est très-général en ce qui touche la Géométrie plane. Mais là ne se bornent pas les avantages du Calcul des Équipollences : il fournit en outre à l'Algèbre et à l'Analyse des objets géométriques réels à la place de symboles imaginaires.

A cette traduction sont jointes quelques additions, lesquelles consistent le plus souvent en développements de passages du texte lui-même. De plus, l'Auteur a extrait des divers Mémoires de M. Bellavitis certaines questions choisies parmi les plus intéressantes, et qu'il a réunies dans un Appendice de quelques pages.

Comment pourrait-on, en France, continuer à rester dans l'ignorance d'une méthode qui a pris chez nous sa première origine, lorsque cette méthode si féconde est connue et utilisée, depuis quarante ans bientôt, de l'autre côté des Alpes, et dans presque tous les pays où l'on cultive les Mathématiques?

TABLE DES MATIÈRES.

IIe Partie. — Applications de la méthode des équipollences a la solution graphique de quelques problèmes.

Procédés généraux. — Conséquences géométriques des principes de la méthode des équipollences. Marche générale à suivre pour la solution d'un problème. Emploi de l'élimination. Équipollence $z\varepsilon^u\,AB \triangleq CD$. Équipollence $z\,AB + y\,CD \triangleq OU$. Équipollence $\varepsilon^u\,AB + y\,CD \triangleq OU$. Équipollence $\varepsilon^u\,AB + \varepsilon^v\,CD \triangleq OU$. Équipollence $\varepsilon^u\,AB + \varepsilon^{-u}\,CD \triangleq OU$.

Problèmes divers. — Construire un triangle CBX, connaissant CB, CBD et la relation $BX = a + m\,CX$. Addition du Traducteur au n° 69 : autre solution du problème précédent. Plus courte distance de deux points animés de mouvements rectilignes uniformes. Extension à l'espace du problème précédent. Construire un triangle ABC, connaissant AB, AC et la bissectrice AD. Propriété de la bissectrice d'un angle d'un triangleAddition du Traducteur au n° 73 : autre démonstration de la propriété de la bissectrice. Construire un triangle, connaissant les longueurs de deux côtés et les positions de deux points coupant deux côtés dans des rapports donnés. Construire un triangle semblable à un triangle donné, et dont les sommets soient à des distances données d'un point O. Déterminer le point X d'où l'on voit sous des angles donnés les côtés du triangle ABC. Seconde solution du problème précédent. Inscrire dans un cercle un polygone dont les côtés passent par des points donnés ou soient de longueurs données. Cas particulier. Emploi des fonctions alternées ou déterminants. Condition pour que les perpendiculaires aux extrémités des droites OA′, OB′, OC′ se rencontrent en un même point. Circonscrire à un cercle un polygone dont les angles aient leurs sommets situés sur des droites données ou soient de grandeurs données. Cas particulier. On donne A, B, C; trouver la base commune des triangles AXY, BXY, CXY, connaissant les différences de leurs angles aux sommets et les rapports entre les rapports de leurs côtés. Construire un triangle, connaissant la base, le produit ou le rapport des deux autres côtés, et la somme ou la différence de deux angles à la base. Autre solution. Cas d'impossibilité. On donne trois circonférences ayant un même point commun I. Mener la droite IXZY, telle que XZ, XY soient dans un rapport donné. Extension à quatre sphères ayant un point commun. Additions du Traducteur au n° 89 : I. Solution géométrique du problème précédent. II. Inscrire entre quatre droites données un quadrilatère semblable à un quadrilatère donné.

IIIe Partie. — Formules trigonométriques, et quelques autres exercices sur la méthode des équipollences.

Formules trigonométriques. — Formule fondamentale. Relation entre deux côtés d'un triangle et les angles opposés. Expressions des sinus, cosinus et tangentes. Relation entre un angle et les côtés. Relation entre deux côtés, l'angle compris et un angle opposé. Quadrilatère ayant deux angles opposés égaux. Équipollences entre deux droites quelconques. Emploi des formules précédentes.

Exercices sur le triangle. — Problème. On donne un triangle ABC; E divise AB dans un rapport donné : déterminer la longueur $CE = z$. Théorème sur le barycentre (centre de gravité) d'un système de points. Application au triangle. Problème. De quels coefficients faut-il affecter les sommets A, B, C, pour que leur barycentre soit le centre R du cercle circonscrit au triangle ABC? Intersection commune H des trois hauteurs d'un triangle. Addition du traducteur au n° 102 : les trois hauteurs d'un triangle se rencontrent en un même point. Conditions pour que le barycentre de A, B, C soit le point de rencontre H des hauteurs du triangle ABC. Relation entre le barycentre G d'un triangle, le centre R du cercle circonscrit, et le point de rencontre H des hauteurs. Conséquence relative au quadrilatère inscriptible. Relations entre les points A, B, C, H et leur barycentre O. Relations diverses. Cercle des neuf points. Cercle inscrit dans un triangle.. Somme des rayons des cercles inscrit et circonscrit. Barycentre F du périmètre d'un triangle. Relation entre le point F et les cercles exinscrits. Barycentres du périmètre d'un triangle, en regardant un côté comme négatif.

Exercices sur les aires polygonales. — Produit des aires de deux polygones. Cas de deux triangles. Cas général. Remarque sur la question précédente. Pseudo-centre d'un assemblage de polygones. Cas d'un triangle. Multilatéral. Aire d'un multilatéral. Produit des aires d'un polygone et d'un multilatéral. Expression

symbolique. Théorème de Statique. Addition du traducteur au n° 120 : Quelques propriétés des barycentres.

Exercices sur quelques questions de Géométrie supérieure. — Rapport anharmonique. Formules relatives aux rapports anharmoniques. Figures inverses. Points correspondants de ceux à l'infini. Points se correspondant à eux-mêmes. Détermination des centres d'inversion. Propriétés des points se correspondant à eux-mêmes. Relation entre les points se correspondant à eux-mêmes et les centres d'inversion. Cas des figures semblables. Cas où les centres d'inversion coïncident. Relations entre six points d'un plan.

IVe Partie. — Applications diverses a la théorie des courbes.

Préliminaires. — Représentation d'une courbe. Représentation du mouvement d'un point. Procédés de calcul à employer

Parabole. — Équipollence de la parabole. Tangente. Sous-tangente. Angle de la tangente et du rayon vecteur. Mouvement parabolique d'un point pesant. Normale. Sous-normale. Transport de l'origine au sommet de la courbe. Développée. Rayon de courbure.

Ellipse. —. Équipollence de l'ellipse. Tangente. Propriété de la normale. Premier théorème d'Apollonius. Second théorème d'Apollonius, et propriété de la tangente. Trouver les foyers, connaissant deux diamètres conjugués. Description de l'ellipse, par un point d'une droite de longueur constante. Mouvement elliptique d'un point attiré par un centre en raison directe de la distance. L'ellipse est une hypocycloïde. Addition du traducteur au n° 152 : Étude de l'hyperbole.

Cycloïde. — Génération et équipollence de la cycloïde. Dérivée de ε^t. Tangente et normale. Accélération du mouvement considéré. Rayon de courbure, et développée. Développée imparfaite. Trajectoires orthogonales d'une cycloïde glissant sur sa base. Rectification de la courbe. Quadrature.

Problèmes généraux. — Généralité des applications de la méthode des équipollences. Trouver la développée d'une courbe. Autre procédé. Cas de coordonnées orthogonales. Exemple de la spirale logarithmique. Construction géométrique du rayon de courbure. Nouvelle expression du rayon de courbure. Déterminer l'ordre du contact de deux courbes. Exemple d'une parabole et d'une circonférence. Osculation de deux mouvements. Cercle osculateur d'une courbe. Développée imparfaite d'une courbe. Déterminer une courbe parallèle à une courbe donnée. Généralisation du problème précédent. Déterminer les développantes d'une courbe donnée. Rayon de courbure de la développante. Développante du cercle. Direction de la droite MW qui divise par moitié la corde infiniment petite parallèle à la tangente en M. Parabole ayant un contact du troisième ordre avec une courbe donnée. Exemple de la développante du cercle Addition du traducteur au n° 181 : Extension à une courbe quelconque. Cas des coordonnées parallèles. Exemple de la spirale logarithmique. Conique ayant un contact du quatrième ordre avec une courbe donnée. Exemple de la développante du cercle. Cas des coordonnées parallèles. Exemples divers. Enveloppe d'un système de courbes. Changement du paramètre variable. Problème sur les enveloppes, relatif à l'ellipse. Trajectoires obliques des ellipses concentriques et confocales. Additions du traducteur au n° 192 : I. Trajectoires obliques d'un système de courbes planes. II. Développante d'une courbe plane. Solution directe du même problème. Génération de la courbe obtenue. Propriétés diverses de la même courbe.

APPENDICE. — Exercices divers.

Trouver la courbe dont la tangente en un point quelconque a une inclinaison égale aux $\frac{2}{3}$ de celle du rayon vecteur. Trouver le centre de gravité d'un arc de spirale logarithmique homogène. Mouvement d'un point soumis à une force passant par un point fixe. Mouvement d'un corps pesant dans un milieu résistant. Chaînette homogène. Points fictifs. Généralisation des coordonnées bipolaires.

(*Nouvelles Annales des Mathématiques*, 1873-1874.)

3212 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

» Après avoir rempli pendant neuf ans les fonctions de professeur agrégé près la Faculté de Médecine de Paris, M. Favre avait été nommé professeur de Chimie à la Faculté des Sciences de Marseille, puis doyen de la même Faculté. En même temps il professait la Chimie à l'École de Médecine de la même ville.

» L'Académie, qui avait pris aux travaux de M. Favre le plus constant intérêt, lui avait témoigné sa grande estime en lui décernant le prix Jecker d'abord, puis le prix Lacaze, et en se l'attachant d'une manière étroite par le titre de Correspondant.

» Une longue maladie, à l'origine et aux progrès de laquelle n'étaient point étrangères les fatigues résultant de ses persévérantes études et les devoirs d'un décanat difficile, avait écarté M. Favre de sa chaire et de ses travaux depuis deux ans; elle vient de l'enlever à la tendresse de sa famille, à l'affection de ses amis et au respect de ses élèves le 17 février, à l'âge de soixante-sept ans.

» L'Académie perd en M. Favre un de ses Correspondants les plus dévoués, les plus laborieux et les plus dignes de regret par le caractère autant que par les talents et les services. »

CHIMIE. — *Chaleur de formation de l'acide persulfurique;* par M. BERTHELOT.

« 1. La connaissance de la chaleur de formation de l'acide persulfurique offre beaucoup d'intérêt. Voici des chiffres qui la précisent.

» 2. Je l'ai mesurée en étendant les liqueurs obtenues par électrolyse avec 15^{vol} à 20^{vol} d'eau et en les traitant successivement par une solution d'iodure de potassium et par l'acide sulfureux.

» Une expérience spéciale, faite dans les mêmes conditions, en mêlant l'iodure de potassium avec une solution sulfurique de même titre, complète ces données et permet d'évaluer le cycle total.

$$S^2O^7 \text{ étendu} + SO^2 \text{ étendu} + 3HO = 3(SO^3, HO) \text{ étendu}.$$

Première liqueur renfermant	100,9 gr	de S^2O^7 par litre ([1])...	+46,0 Cal	et +46gr,1
Deuxième liqueur »	34,6	» (2 essais).....	+46,2	
Troisième liqueur »	86,9	» (2 essais).....	+45,7	

» La réaction SO^2 étendu + O + HO = SO^3HO étendu dégageant + 32,2,

$$S^2O^7 \text{ étendu} + 2HO = 2(SO^3HO) \text{ étendu} + O,$$

dégage + 13,8, + 14,0, + 13,5 : en moyenne + 13,8. La formation de cet acide depuis l'oxygène et l'acide sulfurique, dans ces conditions, $2SO^3$ étendu + O = S^2O^7 étendu, est donc endothermique : — 13,8.

» Depuis les éléments : $S^2 + O^7$ + eau = S^2O^7 étendu, on aurait + 126,6.

S^2O^6 dissous + O^3 = S^2O^7 étendu .... + 50,6.

» La formation directe de l'acide persulfurique est donc possible, à la rigueur, bien que la tendance du système vers le maximum thermique, c'est-à-dire vers l'acide sulfurique ordinaire, n'en permette pas en général la réalisation. Cependant M. Schützenberger a observé récemment la formation de quelque dose d'acide persulfurique dans la combustion du soufre par l'oxygène sec : ce qui s'accorde avec les relations précédentes.

» 3. Les mêmes valeurs s'appliquent sensiblement à la formation de l'acide persulfurique par électrolyse, aux dépens de l'acide $SO^4H + 6,8HO$ par exemple. En effet, la dilution de cette dernière solution a dégagé, dans les mêmes conditions, la même quantité de chaleur sensiblement que la dilution d'une solution équivalente (1,527 au lieu de 1,593) : je veux dire une solution susceptible de régénérer les mêmes doses d'acide sulfurique et d'eau en perdant son excès d'oxygène, mais qui contenait actuellement $\frac{1}{6}$ d'acide persulfurique et $\frac{5}{6}$ d'acide sulfurique. La chaleur produite par le dégagement de l'oxygène aux dépens de la solution, soit étendue, c'est-à-dire + 13,8, soit concentrée, est donc à peine différente.

» 4. On conçoit par là la facilité avec laquelle ces solutions se décomposent spontanément et d'une manière illimitée. La décomposition est plus rapide en fait dans la solution concentrée que dans la solution étendue, sans doute à cause de la tendance de l'acide sulfurique à former des hydrates plus avancés dans la première liqueur.

» 5. La chaleur dégagée lorsque l'acide sulfurique monohydraté enlève l'eau à l'eau oxygénée, pour devenir acide bihydraté (+ 3,1), surpasse un peu la chaleur absorbée dans la transformation de l'eau oxygénée en acide persulfurique (— 3,0), ce qui rend compte de cette réaction.

» 6. Les données thermiques expliquent plus facilement encore la formation spontanée de l'eau oxygénée pendant la conservation de certaines dissolutions d'acide persulfurique, car elle dégage + 3^{Cal},0 dans ces conditions. Elle exige d'ailleurs un certain travail préliminaire, puisqu'elle ne s'accomplit qu'à la condition d'une décomposition simultanée de l'acide persulfurique, avec production d'oxygène. Enfin elle est limitée, en raison de l'état

de dissociation des hydrates sulfuriques et persulfuriques; spécialement du bihydrate, qui tend à déterminer une réaction inverse.

» Entre ces deux limites, il peut se produire, comme je l'ai dit, une combinaison spéciale d'eau oxygénée et d'acide persulfurique : $S^2O^7, 2HO^2$. J'en ai mesuré la chaleur de formation par les mêmes procédés, mais après les avoir vérifiés sur l'eau oxygénée.

» 7. *Action de l'iodure de potassium sur l'eau oxygénée.* — Entre l'eau oxygénée absolument pure et l'iodure de potassium rigoureusement neutre il ne s'exerce guère d'action, et l'on peut mettre en doute si la très légère coloration qui se produit peu à peu ne serait pas attribuable au concours de l'acide carbonique de l'air, ou à celui des matériaux des vases de verre. Quoi qu'il en soit, la réaction s'effectue bien plus nettement avec le concours des acides, condition dans laquelle on est autorisé à l'attribuer à l'oxydation de l'acide iodhydrique mis en liberté par ceux-ci. Même alors, la réaction thermique offre des circonstances singulières.

» Une expérience thermique faite avec l'eau oxygénée pure, mise d'abord en présence de l'iodure de potassium, additionnée d'acide sulfurique en excès, puis d'acide sulfureux, a fourni $+43^{Cal},0$. En en retranchant $+32,2$ comme plus haut, on a $+10,8$ pour la chaleur de décomposition de l'eau oxygénée en oxygène et eau libres. C'est le même nombre que j'ai obtenu par une tout autre voie; mais sa mesure a offert ici des difficultés spéciales. En effet, la réaction de l'iodure de potassium très fortement acide sur l'eau oxygénée offre cette particularité remarquable d'être successive et de donner lieu à des produits intermédiaires. Au bout d'une demi-heure, par exemple, elle était loin d'être terminée, bien que devenue excessivement lente; la réaction ultérieure et brusque de l'acide sulfureux a dégagé $+19,1$ au lieu de $+10,9$; elle a donc porté sur un autre corps que l'iode. La somme des deux effets a répondu cependant à un cycle complet, comme je m'en suis assuré par l'analyse des produits.

» Ce mode d'action de l'eau oxygénée contraste avec celle de l'acide persulfurique pur sur l'iodure de potassium, laquelle est instantanée, comme le montre la marche du thermomètre, et totale, comme le prouve la chaleur dégagée ensuite par l'acide sulfureux.

» 8. Venons maintenant au *composé d'acide persulfurique et d'eau oxygénée* formé par électrolyse. La combinaison $S^2O^7 + 2HO^2$, une fois étendue avec vingt fois son poids d'eau, a manifesté les caractères thermiques de ces deux composants, envisagés comme distincts : une première réaction brusque sur l'iodure de potassium étant suivie d'une réaction beaucoup plus lente;

mais l'acide sulfureux permet de compléter le cycle. J'ai obtenu

Première action (KI acide)...........	+ 30,4	Somme + 44,4
Deuxième action (SO^2)...............	+ 14,0	

En retranchant la chaleur d'oxydation de l'acide sulfureux par l'oxygène libre + 32,2, on obtient + 12,2. Ce chiffre doit répondre pour $\frac{1}{3}$ à S^2O^7, soit + 4,6, et pour $\frac{2}{3}$ à HO^2, soit + 7,2. La somme + 11,8 est aussi voisine de 12,2 qu'on peut l'espérer dans un calcul si compliqué, où intervient d'ailleurs une réaction lente. Ce résultat indique que la combinaison d'acide persulfurique et d'eau oxygénée, une fois amenée à l'état de dissolution étendue, se trouve séparée par l'action de l'eau en ses deux composants.

» 9. En résumé, les formations de l'eau oxygénée, de l'acide persulfurique et de l'ozone sont endothermiques et forment une échelle graduée :

	Cal
Ozone : $O^2 + O = (Oz)$, absorbe................	14,8
Acide persulfurique : $S^2O^6 + O = (S^2O^7)$, absorbe..	13,8
Eau oxygénée : $HO + O = (HO^2)$, absorbe........	10,8

» Ces corps sont transformables les uns dans les autres. Tous trois renferment de l'oxygène actif, c'est-à-dire prêt à se porter sur les corps oxydables avec plus de facilité que l'oxygène ordinaire, parce qu'ils renferment un excès d'énergie, traduit par les excédents thermiques signalés ici. Enfin, l'origine même de ces excédents thermiques est tirée d'un même procédé, car ils sont pareillement emmagasinés dans les corps qui les renferment sous l'influence des énergies électriques. »

CHIMIE. — *Sur la décomposition de l'eau oxygénée en présence des alcalis et sur les dérivés du bioxyde de baryum;* par M. BERTHELOT.

« 1. J'ai mesuré les chaleurs de formation du bioxyde de baryum et des hydrates de baryte ([1]), et j'ai montré que le premier composé est stable par lui-même dans l'état anhydre, tandis qu'il se décompose en présence de l'eau avec dégagement d'oxygène. Une telle différence s'explique par ce que la régénération de la baryte anhydre absorberait de la chaleur, tandis que la transformation du bioxyde en hydrates de baryte en dégage. Depuis,

([1]) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. IV, p. 530 (1875); t. VI, p. 212 (1876); t. XIV, p. 433 (1878).

M. Schöne ([1]) a fait la découverte remarquable de combinaisons définies entre les alcalis et l'eau oxygénée. Il m'a paru utile d'en mesurer la chaleur de formation. Les résultats obtenus conduisent à une nouvelle théorie de la décomposition de l'eau oxygénée en présence des alcalis.

» 2. Le composé cristallisé de bioxyde de baryum et d'eau oxygénée, BaO^2HO^2, a été préparé et purifié d'après les indications de M. Schöne, analysé, puis dissous vers 12° dans l'acide chlorhydrique étendu, ce qui a dégagé $+5^{Cal},89$. Le bioxyde anhydre dégageant $+11,0$ et l'eau oxygénée étendue une quantité négligeable, on conclut :

$$BaO^2 \text{ anhydre} + HO^2 \text{ étendue} = BaO^2, HO^2 \text{ crist., dégage : } +5^{Cal},1.$$

» 3. Le composé n'est pas stable. A l'état pur, il se décompose spontanément en oxygène et hydrate de bioxyde de baryum : BaO^2, HO (Schöne). J'ai obtenu ainsi, après onze jours, cet hydrate. Sa dissolution dans l'acide chlorhydrique étendu a dégagé $+9,56$, d'où résulte

$$BaO^2 \text{ anhydre} + HO \text{ liq.} = BaO^2, HO \text{ dégage } +1,4; \text{ eau solide } +0,7.$$

Ce corps, à son tour, se résout lentement en hydrate de baryte et oxygène.

» 4. Le composé primitif perd son oxygène en totalité et plus rapidement, si on le lave avec de grandes quantités d'eau, ou si on le conserve pendant quelque temps sous une couche de ce liquide. J'ai obtenu ainsi un hydrate de bioxyde de baryum cristallisé, que j'ai séché sur une brique poreuse [1]. Il offrait l'aspect de paillettes brillantes, semblables à l'acide borique hydraté. Je l'ai préparé, sous le poids de plusieurs kilogrammes, en versant l'eau oxygénée brute dans l'eau de baryte, en excès; je l'ai séché tantôt sur une plaque poreuse [2], tantôt entre des papiers [3].

	Analyses.			
	[1]	[2]	[3]	Formule : $BaO^2, 10HO$.
BaO..........	43,1	43,9	43,9	43,8
O actif........	4,9	4,3	4,4	4,6
Eau (par diff.)..	52,0	51,8	51,7	51,6

» C'est donc un nouvel hydrate de bioxyde. M. Schöne a signalé le composé $BaO^2, 8HO$; j'ai moi-même observé $BaO^2, 7HO$. Les deux derniers corps sont probablement identiques; mais ont-ils une existence propre, ou

([1]) *Annalen der Chemie u. Pharm.*, t. 192, p. 257 (1878); t. 193, p. 241; t. 195, p. 228; t. 196, p. 58 (1879).

résultent-ils d'une efflorescence partielle du premier? C'est ce que les propriétés physiques de ces petits cristaux feutrés et souvent opaques ne me permettent pas de décider avec pleine certitude. L'hydrate nouveau se dissout dans l'acide chlorhydrique étendu en dégageant + 1,91, d'où

$$BaO^2 + 10HO \text{ liq.} = BaO^2, 10HO \text{ crist. dégage : } + 9,1 \text{; l'eau solide : } + 1,9.$$

» Cet hydrate se change assez rapidement, surtout sous une couche d'eau, en hydrate de baryte $BaO, 10HO$ et oxygène.

» **5.** Tels sont les faits : montrons-en la signification.

» 1° L'eau oxygénée et l'eau de baryte formant du bioxyde anhydre.

$$HO^2 + BaO, HO \text{ étendue} = BaO^2 \text{ anhydre} + 2HO + \text{eau, dégagerait : } + 2^{Cal},8.$$

En présence d'un excès de baryte, on obtient en réalité l'hydrate BaO^2, $10HO$, ce qui dégage + 11,9. Mais en présence d'un excès d'eau oxygénée, le bioxyde se combine à mesure avec un deuxième équivalent, en dégageant + 5,1; ce qui fait pour la réaction réelle

$$2HO^2 + BaO, HO \text{ étendue} = BaO^2, HO^2 + 2HO + \text{eau : } + 7,9.$$

» Cette quantité de chaleur est plus que suffisante pour expliquer, non seulement la réaction directe, mais la formation du nouveau composé avec une liqueur qui renferme du chlorure de baryum et de l'ammoniaque : l'écart entre les chaleurs de formation du chlorure de baryum et du chlorhydrate d'ammoniaque, depuis les bases, étant + 2,4.

» 2° Le composé BaO^2, HO^2 se change spontanément en bioxyde de baryum hydraté, avec dégagement de chaleur

$$BaO^2, HO^2 = BaO^2, HO + O, \text{ dégage : } + 7^{Cal},1.$$

Cette réaction a lieu sur le corps pur. Opérée dans un appareil dessiccateur, elle fournit du bioxyde anhydre, à cause de la tension de dissociation de l'eau dans l'hydrate. Cette tension autoriserait à rapporter la réaction au bioxyde anhydre, corps dont la formation dégagerait encore + $5^{Cal},7$.

» En présence d'une grande quantité d'eau, il se forme l'hydrate

$$BaO^2, 10HO, \text{ avec dégagement de : } + 14^{Cal},8.$$

» 3° Cependant les hydrates de bioxyde se décomposent à leur tour,

$$BaO^2, HO = BaO, HO + O, \text{ dégage : } + 1^{Cal},4;$$

si l'on faisait le calcul depuis BaO^2 anhydre, comme l'état de dissociation du

premier hydrate le permet, on aurait même : $+ 2^{Cal},8$. L'hydrate cristallisé

$$BaO^2, 10HO = BaO, 10HO + O, \text{ dégage : } + 5^{Cal},9.$$

» La décomposition spontanée du bioxyde de baryum hydraté s'explique donc, quel qu'en soit l'état d'hydratation, en raison du déplacement du deuxième équivalent d'oxygène par l'eau, le composé se trouvant ainsi changé en hydrate de baryte avec dégagement de chaleur.

» 6. C'est par la même suite de réactions que l'on peut expliquer l'instabilité de l'eau oxygénée en présence d'une trace de baryte ou d'un autre alcali. Une certaine dose d'eau oxygénée s'unit d'abord à l'alcali pour former le composé double, avec dégagement de chaleur :

$$2HO^2 + BaO, HO = BaO^2, HO^2 + 2HO.$$

Puis ce composé se change en hydrate de bioxyde et perd la moitié de son oxygène, avec un nouveau dégagement de chaleur :

$$BaO^2, HO^2 = BaO^2, HO + O.$$

L'hydrate de bioxyde à son tour devient de l'hydrate de protoxyde, son oxygène excédant étant déplacé par l'eau, toujours avec chaleur :

$$BaO^2, HO = BaO, HO + O.$$

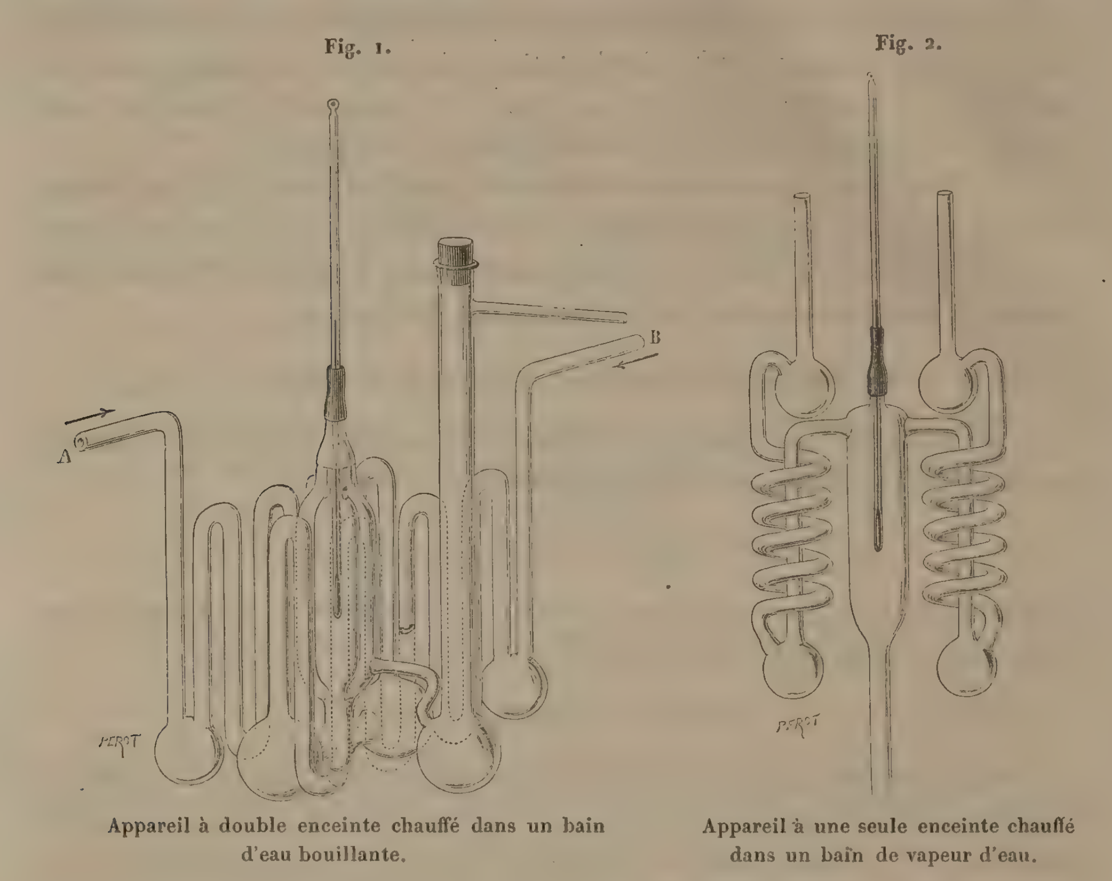
» Nous sommes ainsi revenus à l'état originel de l'alcali. Il entre en réaction sur une nouvelle dose d'eau oxygénée, qui se détruit comme la première, et la transformation se poursuit jusqu'à la décomposition totale de l'eau oxygénée, en vertu d'une chaîne méthodique et sans cesse reproduite de réactions qui sont, chacune individuellement aussi bien que dans leur ensemble, exothermiques. »

CHIMIE. — *Sur la chaleur de combinaison de l'hydrate de chloral;* par M. **Ad. Wurtz.**

« Je mets sous les yeux de l'Académie les appareils dont je me suis servi pour étudier la question de savoir si la rencontre des vapeurs d'eau et de chloral anhydre donne lieu à un dégagement de chaleur.

» Le premier (*fig.* 1) est l'appareil à double enceinte que j'ai mentionné dans une précédente Communication et qui est destiné à être placé dans un bain d'eau bouillante.

» Le second (*fig*. 2) est un appareil à enceinte simple destiné à être chauffé dans un bain de vapeur. Ce dernier appareil était placé dans une caisse rectangulaire en cuivre, fermée par un couvercle en liège, lequel livrait passage



Appareil à double enceinte chauffé dans un bain d'eau bouillante.

Appareil à une seule enceinte chauffé dans un bain de vapeur d'eau.

aux tubes et aux thermomètres. On y faisait passer un courant de vapeur d'eau à l'aide de deux petits générateurs, les parois de la caisse étant protégées contre le rayonnement par une épaisse couche de ouate.

» L'un et l'autre appareil se distinguent de celui qu'a construit M. Berthelot par deux dispositions essentielles.

» Premièrement, les tubes des serpentins offrent un certain diamètre, de façon à ne pas gêner le passage des vapeurs. Lorsque celles-ci traversent un serpentin étroit, un trop grand afflux de vapeur peut déterminer un excès de pression et par suite une élévation de température. En mettant le générateur en communication avec un petit manomètre, j'ai pu constater, dans une expérience, une augmentation de pression de $0^{m},005$, déterminée par une ébullition un peu vive, et une élévation de température de $\frac{5}{10}$ de degré. Il faut éviter cela, car de deux choses l'une : ou bien

l'excès de pression se maintient dans l'enceinte où les deux vapeurs se rencontrent, et alors on peut y constater une légère élévation de température; ou bien la vapeur se détend dans cette enceinte, et alors on peut observer un abaissement de température. Dans mes expériences antérieures, j'avais attribué à cette cause l'abaissement de température que j'ai souvent constaté. Quoi qu'il en soit, j'ai donné à mes tubes un diamètre suffisant pour éliminer cette cause d'erreur.

» En second lieu, mes serpentins présentent un développement considérable et sont munis de renflements, en forme de boules, destinés à retenir les gouttes liquides qui se condensent toujours sur le trajet des tubes de dégagement avant leur entrée dans l'appareil.

» Il importe, en effet, non seulement de ne pas envoyer ces gouttes dans l'enceinte où les vapeurs doivent se rencontrer, mais encore de dessécher celles-ci autant que possible. Une expérience très simple montre l'utilité de ces précautions. Qu'on plonge dans un bain d'eau bouillante un appareil à deux boules qui soient en communication l'une avec l'autre par un tube recourbé, l'une d'elles renfermant de l'eau, l'autre du chloral anhydre, dans les proportions nécessaires pour former l'hydrate. Un thermomètre plonge dans l'eau de l'une des boules; le chloral de l'autre entrera rapidement en ébullition. Qu'à ce moment on le fasse passer brusquement dans la boule renfermant l'eau chaude, une très vive réaction se manifestera aussitôt, un jet de vapeur sortira avec violence du tube de dégagement et le thermomètre s'élèvera un peu au-dessus de 100° (vers 101°). Le chloral bouillant et l'eau à 98° se combinent, en effet, avec dégagement de chaleur, ainsi que cela résulte des expériences de M. Berthelot, et, cette chaleur ne pouvant pas être dépensée instantanément et sur-le-champ pour la formation de la vapeur, une faible portion est absorbée par le liquide lui-même, qu'elle surchauffe légèrement pendant quelques instants.

» Ce qui précède fait comprendre la nécessité d'arrêter au passage les gouttes de liquide condensées dans les tubes abducteurs pendant la distillation du chloral et de la vapeur d'eau. J'ai vu, en répétant l'expérience de M. Berthelot, ces gouttes ruisseler dans le petit serpentin de l'appareil qu'il a employé (1).

(1) Je n'ai pas observé dans ces conditions l'élévation de température qu'il a constatée lui-même dans l'expérience qu'il a décrite. Cette élévation de température était due peut-être à cette circonstance que les gouttes dont j'ai parlé étaient projetées directement sur le thermomètre. Cela est possible, mais je ne veux rien affirmer à cet égard.

» J'ai fait trois expériences avec le second des appareils précédemment décrits et j'ai obtenu les résultats suivants :

» 1° La température du bain de vapeur, dans la caisse en cuivre, se maintient rigoureusement constante à la même pression.

» 2° On ne constate aucune élévation de température par le mélange des deux vapeurs. Au contraire, on observe, comme je l'ai fait remarquer déjà, un petit abaissement de température de $\frac{2}{10}$ à $\frac{3}{10}$ de degré.

» Cet abaissement de température est dû à cette circonstance que, les vapeurs n'étant pas absolument sèches, une trace d'*hydrate de chloral* peut se condenser sur le thermomètre. Il suffit, en effet, de dessécher la vapeur en la surchauffant pour que cet abaissement ne se produise plus. Pour cela il suffit d'opérer à basse pression, de façon à abaisser les points d'ébullition et à augmenter l'écart entre ces derniers et la température du bain de vapeur.

» Je vais citer une de ces expériences.

» Pression : $0^{m},7435$.

» Température du bain de vapeur seule : $99°,5$.

» Après avoir raréfié l'air à $0^{m},16$, on a fait passer la vapeur de chlora de façon à dégager les faibles traces d'acide chlorhydrique que ce liquide peut renfermer.

» Température de la vapeur de chloral : $99°,45$.

» On fait passer la vapeur d'eau.

» Température du mélange de vapeurs : $99°,45$.

» Elle se maintient à $99°,45$ pendant deux minutes, puis elle se fixe à $99°,4$ pendan dix minutes sans varier de $\frac{1}{20}$ de degré.

» On fait passer ensuite la vapeur d'eau seule.

» La température se maintient constante à $99°,4$ pendant cinq minutes. On met alors fin à l'expérience.

» Après avoir répété mes expériences dans les conditions que je viens d'indiquer, il m'est donc permis de maintenir mes précédentes conclusions, qui sont les suivantes :

» Les vapeurs d'eau et de chloral anhydre peuvent se mélanger sans donner lieu à un dégagement sensible de chaleur, fait qui vient à l'appui de cette thèse, déjà établie par d'autres arguments, que la *vapeur* de chloral hydraté est constituée par un mélange et non par une combinaison définie de chloral anhydre et de vapeur d'eau.

» J'accorde volontiers que l'argument thermique que j'ai apporté en faveur de cette thèse n'offre pas une valeur absolue, puisqu'il dépend du degré de sensibilité de la méthode employée; mais je fais remarquer aussi

qu'en supposant qu'une très petite fraction, $\frac{1}{100}$ par exemple, de la vapeur d'hydrate de chloral existât dans le mélange sous forme de combinaison, la constatation d'un très faible dégagement de chaleur n'infirmerait pas la thèse que nous soutenons, savoir que la vapeur de l'hydrate de chloral ne constitue pas une exception à la règle d'Avogadro et d'Ampère. »

M. **H. Sainte-Claire Deville** présente, à propos du débat dont il s'agit, les observations suivantes :

« J'explique la différence des résultats obtenus par deux très habiles expérimentateurs, se servant d'appareils à peu près identiques, par une circonstance dont M. Wurtz ne paraît pas avoir tenu un compte suffisant. Il s'agit du rapport entre les volumes de vapeur qui se rencontrent dans l'enceinte centrale. Quand, il y a quinze ou vingt ans, je faisais dans la vapeur de mercure les mêmes expériences sur la combinaison de l'acide chlorhydrique et de l'ammoniaque, avec un thermomètre à air très sensible, je pouvais étudier l'influence des volumes respectifs de gaz ammoniac et chlorhydrique introduits à chaque instant dans l'appareil, au travers de robinets gradués et au moyen de deux papiers de tournesol, rouge et bleu, placés à la sortie des appareils. Je réglais ainsi les conditions du mélange.

» Avec des vapeurs, l'emploi de régulateurs de ce genre n'est pas possible. M. Berthelot s'en tire en changeant successivement les proportions de chacune des vapeurs. Quand il fait prédominer la vapeur d'eau, la température se rapproche du point d'ébullition de l'eau; quand il fait prédominer la vapeur de chloral, la température s'abaisse, et enfin, quand il fait croître la quantité de celle des vapeurs qui est devenue notoirement insuffisante, il passe par un maximum plus grand que le point d'ébullition de celle des deux matières (l'eau) qui bout à la température la plus élevée.

» M. Wurtz a parlé de la loi (je dis hypothèse) d'Avogadro : il faut bien comprendre qu'il ne s'agit pas d'elle le moins du monde (selon moi elle gagnerait à ce que l'hydrate de chloral, le sel ammoniac, etc., représentassent 8^{vol}) : mais il s'agit de logique expérimentale et de procédés scientifiques.

» Je rappellerai à M. Wurtz que l'iode en vapeur et l'hydrogène se combinent directement et que l'acide iodhydrique ne se décompose totalement qu'à une température élevée (M. Hautefeuille), quoique ces élé-

ments ne dégagent pas trace de chaleur par la combinaison ; donc leur mélange à l'état gazeux n'affecterait nullement un thermomètre. Cependant il y a bien des différences chimiques et physiques entre un mélange d'iode et d'hydrogène et l'acide iodhydrique.

» Je ne veux pas revenir sur tous les détails de cette discussion. Je n'admets ni la loi d'Avogadro, ni les atomes, ni les molécules, ni les forces, ni les états particuliers de la matière, refusant absolument de croire à tout ce que je ne puis ni voir ni même imaginer, et j'avoue que, si les combinaisons complexes se décomposaient toujours avant de se vaporiser, je n'en serais pas autrement affecté. Mais le tout, c'est de le démontrer. En attendant, on trouve 8^{vol} de vapeur pour le sel ammoniac, les chlorhydrates des ammoniaques composées, des bases organiques volatiles, pour un nombre considérable de corps, et j'admets ce que je vois, tant que je ne croirai pas que je vois mal que je suis dans l'illusion : c'est ce qui reste à démontrer. »

BOTANIQUE. — *Des vaisseaux à suc propre dans des Graminées.* Note de M. Trécul.

« Je viens de recevoir de M. G.-A. Pasquale une Note extraite du Volume VIII des *Atti della R. Accademia delle Scienze fis. e mat.* de Naples, datée du 6 décembre 1879, dans laquelle il me fait dire que j'ai trouvé des *laticifères à suc blanc* dans les Graminées. La mémoire de M. Pasquale est en défaut. Je ne lui ai point parlé de laticifères à suc blanc, mais de vaisseaux propres à suc vert. Voici à quelle occasion. M. Pasquale vint à Paris en septembre dernier. Il logeait dans la même maison que moi. Me trouvant un jour avec lui au Jardin des Plantes, il me dit : « Avez-vous » observé des laticifères dans les Graminées ? — Oui, lui dis-je. J'en ai » encore vu ces jours derniers. — De quelle couleur sont-ils ? répliqua- » t-il. — Ils sont verts dans les plantes que je viens d'examiner. — Non, » répondit M. Pasquale ; ils sont rouges. — Ceux que je viens de voir » sont verts, lui dis-je. — C'est que, ajouta-t-il, j'en ai vu de rouges dans » le *Phalaris canariensis.* »

» Il disait vrai. Je crus à sa découverte. J'avais observé ces canaux à suc rouge du *Phalaris canariensis*, il y a deux ans, en commençant l'étude de l'inflorescence de cette plante. Ne voulant pas lui enlever le plaisir de la découverte, je lui dis : « Eh bien, je vous fais l'abandon des miens. Je

» n'ai pas le temps de les étudier maintenant; je vous les donne, si vous
» voulez vous en occuper. — Je vous remercie, dit M. Pasquale ; je ne
» décrirai que ceux du *Phalaris.* »

» Ce qu'il fit, en effet, mais en ajoutant que j'avais vu et étudié des *vaisseaux laticifères à suc blanc* dans cette famille, bien que ce fussent des canaux à suc vert que je lui eusse signalés. Il n'y a là vraisemblablement qu'une erreur de mémoire, à moins que M. Pasquale n'ait dit blanc au lieu de vert, parce qu'il ne put croire à l'existence de vaisseaux de cette dernière couleur, dont jusqu'ici il n'a pas été donné d'exemples.

» Quant au *Phalaris canariensis*, j'en ai cité deux fois les très jeunes inflorescences. Leurs débuts ne peuvent être étudiés que dans la jeunesse de la plante, à un âge auquel il est impossible de ne pas voir ses canaux remplis de beau suc rouge. Or, M. Pasquale étant à Paris en septembre dernier, il est évident que je ne puis avoir fait mes études organogéniques de l'inflorescence depuis cette époque. Il n'y avait plus alors de jeunes plantes de cette espèce au Muséum, et je n'en ai pas fait semer. Au reste, je ne réclame pas la priorité de l'observation de ces vaisseaux à suc rouge, puisque je n'ai rien publié. Je n'en parlerais même pas ici si je pouvais garder le silence; mais je ne puis laisser dire que j'ai vu des *laticifères à suc blanc* dans les Graminées. Je ne prétends pas qu'il n'en puisse pas exister. Je dis seulement que je n'en ai pas rencontré, tandis que, outre les rouges du *Phalaris canariensis*, j'ai observé des canaux, quelquefois ramifiés, pleins d'un suc épais, comme gélatineux, du plus beau vert, dans plusieurs Graminées, et en particulier dans l'*Hordeum vulgare.*

» Comme le suc vert, le suc rouge m'a paru si épais, que je doute que M. Pasquale puisse y avoir constaté un double courant à droite et à gauche, un mouvement gyratoire dans le canal. Cette apparence, si elle a eu lieu, ne me paraît devoir être attribuée qu'à un phénomène accidentel.

» Si je n'ai pas encore décrit ces vaisseaux propres, c'est que je n'ai pas l'habitude d'abandonner une question pour une autre, quelque importante que puisse être celle-ci. L'inflorescence des Graminées m'intéresse vivement. Je m'en occuperai probablement encore toute l'année. Chemin faisant, j'espère recueillir, sur ces vaisseaux propres, des observations concernant un phénomène d'un haut intérêt, dont j'ai déjà mentionné deux fois l'analogue et que je crois avoir entrevu ici. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques équations différentielles linéaires du second ordre*. Extrait d'une Lettre adressée à M. Hermite par **M. H. Gyldén.**

« La transformation que vous avez employée en changeant x en $x + \mathrm{K} + i\mathrm{K}'$ m'a fait penser à remplacer x par $x + i\mathrm{K}'$ dans l'équation

$$y'' + k^2 \frac{\operatorname{sn} x \operatorname{cn} x}{\operatorname{dn} x} y' + \mu^2 \operatorname{dn}^2 x . y = 0$$

(*Comptes rendus*, p. 208); on trouve ainsi immédiatement

$$\operatorname{sn}^2 x . y'' + \frac{\operatorname{sn} x \operatorname{dn} x}{\operatorname{cn} x} y' - \mu^2 \operatorname{cn}^2 x . y = 0.$$

Or, au moyen de la relation suivante,

$$\operatorname{cn} x + i \operatorname{sn} x = \frac{i(1 - k')}{k} \operatorname{sn}\left[\frac{1 + k'}{2}(x - i\mathrm{K}'),\ \frac{1 - k'}{1 + k'}\right],$$

j'obtiens pour son intégrale l'expression

$$y = \mathrm{C} \operatorname{sn}^{\mu}\left(\frac{x}{1 + k_1},\ k_1\right) + \mathrm{C}' \operatorname{sn}^{-\mu}\left(\frac{x}{1 + k_1},\ k_1\right),$$

où j'ai écrit, pour abréger,

$$k_1 = \frac{1 - k}{1 + k'}.$$

» Faisons ce même changement de x en $x + i\mathrm{K}'$ dans l'équation qu'on obtient si l'on remplace μ par $i\mu$, à savoir

$$y'' + k^2 \frac{\operatorname{sn} x \operatorname{cn} x}{\operatorname{dn} x} y' - \mu^2 \operatorname{dn}^2 x . y = 0,$$

et qui a par conséquent pour solution

$$y = \mathrm{C} e^{-\mu \operatorname{am} x} + \mathrm{C}' e^{\mu \operatorname{am} x};$$

nous aurons la transformée

$$\operatorname{sn}^2 x . y'' + \frac{\operatorname{sn} x \operatorname{dn} x}{\operatorname{cn} x} y' + \mu^2 \operatorname{cn}^2 x . y = 0,$$

dont l'intégrale sera

$$y = \mathrm{C} e^{-\mu \operatorname{arc} \sin\left(\frac{1}{k \operatorname{sn} x}\right)} + \mathrm{C}' e^{\mu \operatorname{arc} \sin\left(\frac{1}{k \operatorname{sn} x}\right)}.$$

Mais cette valeur peut être mise sous une autre forme; on a d'abord

$$y = Ce^{-\mu \operatorname{arc\,tang}\left(\frac{-i}{\operatorname{dn} x}\right)} + C' e^{\mu \operatorname{arc\,tang}\left(\frac{-i}{\operatorname{dn} x}\right)},$$

puis, au moyen des formules connues et en changeant convenablement les constantes,

$$y = Ce^{\frac{i\mu}{2}\log\frac{1-\operatorname{dn} x}{1+\operatorname{dn} x}} + C' e^{-\frac{i\mu}{2}\log\frac{1-\operatorname{dn} x}{1+\operatorname{dn} x}},$$

ou bien encore

$$y = C\cos\mu\log\sqrt{\frac{1-\operatorname{dn} x}{1+\operatorname{dn} x}} + C'\sin\mu\log\sqrt{\frac{1-\operatorname{dn} x}{1+\operatorname{dn} x}}. \text{ »}$$

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les diviseurs des fonctions cyclotomiques;* par M. SYLVESTER.

« Tout ce que j'ai pu trouver sur la question qui a fait le sujet de ma première Communication [1] est contenu dans le livre classique du professeur Bachmann, *Die Lehre von der Kreistheilung* [2], Leipzig, 1872,

---

[1] *Comptes rendus,* séance du 16 février.

[2] *Kreistheilung* = cyclotomie. La fonction à racines réelles qui sert à la division du cercle en parties égales est celle que j'ai nommée *fonction cyclotomique*. Il y a aussi des fonctions cyclotomiques à racines imaginaires; je parle des facteurs primitifs de $x^k - 1$, qu'on pourrait nommer *fonctions cyclotomiques simples* ou *irréduites*, dont les diviseurs sont assujettis à des conditions parallèles, mais non identiques avec celles des fonctions cyclotomiques que j'ai traitées dans le texte. En effet, voici la règle pour les diviseurs des fonctions cyclotomiques non réduites. Afin qu'un nombre quelconque soit diviseur d'une onction cyclotomique non réduite à l'indice k, il faut et il suffit que chaque facteur premier de ce diviseur soit de la forme $ki + 1$, avec exception d'un seul facteur premier p qui peut figurer aussi comme facteur du diviseur dans le cas, et seulement dans le cas que k admet de la représentation (nécessairement et sans exception unique) $\frac{p-1}{m}p^j$. Ainsi, si P, p désignent des nombres premiers, J, j des nombres indéfinis, et k l'indice d'une fonction cyclotomique de l'une ou de l'autre espèce, et si

$$P = mk + \varepsilon \quad \text{et} \quad k = \frac{p-\varepsilon}{m}p^j,$$

P^J et p seront diviseurs de la fonction dans un cas et dans l'autre, avec la distinction que pour les fonctions cyclotomiques simples $\varepsilon = 1$, tandis que pour les fonctions cyclotomiques à racines réelles $\varepsilon = \pm 1$. En effet, le cours de la démonstration est précisément le même dans les deux cas, avec la seule exception que pour la première proposition, celle qui affirme que, p étant un nombre premier de la forme $mk + \varepsilon$, p^j est diviseur de la fonction à indice

p. 242, 243; mais cela même ne me servait à rien, car cet excellent auteur s'est borné au cas où l'indice est un nombre premier, pour lequel cas il énonce et démontre « qu'en dehors des diviseurs premiers » de la forme $2mp \pm 1$ » la fonction cyclotomique à l'indice p « contient » seulement le diviseur premier p »; mais M. Bachmann n'a nullement démontré ni même affirmé, ce qui cependant est vrai, que tout nombre premier de la forme $2mp \pm 1$, et même un tel nombre élevé à une puissance quelconque ([1]), est diviseur de la fonction cyclotomique à l'indice p.

» Reste une remarque à faire. Si l'on prend le produit des facteurs $x - 2\cos\lambda\frac{2\pi}{k}y$, on obtient ce qu'on peut nommer une *forme* cyclotomique. Quand on prend l'indice égal à 5 ou à 10, à 8 ou à 12, de sorte que l'ordre de cette forme, disons $F(x, y)$, devient 2, si D est un diviseur quelconque de la fonction cyclotomique à ces indices, on sait, par la théorie ordinaire

---

k, pour les fonctions cyclotomiques d'une classe on se sert du théorème que la congruence $\cos p^j\vartheta - \cos p\vartheta \equiv 0 [\text{mod.} p^j]$ a toutes ses racines réelles; pour les fonctions cyclotomiques de l'autre classe on se sert du théorème (mieux connu) que *la congruence*

$$x^{p^j} - x^{p^{j-1}} \equiv 0 \quad [\text{mod.} p^j]$$

a toutes ses racines réelles. Pour tout ce qui suit cette proposition, la méthode de démonstration pour les deux cas est absolument identique. Peut-être serait-il mieux de nommer les fonctions dont je parle spécialement dans le texte *fonctions cyclotomiques de la seconde*, et celles qui sont simplement facteurs primitifs de la forme binôme *fonctions cyclotomiques de la première espèce*. Il y a une raison qui me paraît assez grave pour ce changement de nomenclature, vu qu'il suggère l'idée d'une théorie de diviseurs des fonctions cyclotomiques dont le *rang de l'espèce* sera un nombre q quelconque, où figureront les racines $q^{\text{ièmes}}$ de l'unité, par rapport à l'indice comme module, de laquelle théorie je crois entrevoir assez distinctement et la haute probabilité de son existence et sa nature. J'espère développer cette théorie dans quelque futur Mémoire.

([1]) Il est à peine nécessaire d'observer que la fonction cyclotomique de l'ordre ω [où $\omega = \frac{1}{2}\varphi(k)$] étant divisible pour ω valeurs a de la variable incongrues par rapport à p^α, et ω autres valeurs b de la même variable incongrues par rapport à q^β, par p^α, q^β respectivement, on n'a qu'à combiner un a quelconque avec un b quelconque, et, en écrivant $p^\alpha u - a = t = q^\beta v - b$, on obtiendra une valeur réelle de t (et conséquemment ω valeurs réelles de t), qui substituée pour la variable rendra la fonction divisible par $p^\alpha q^\beta$; et de même on déduit que la fonction admettra comme diviseur un nombre quelconque dont les facteurs sont les nombres premiers de la forme $mk \pm 1$ accompagnés ou non (au choix) par le facteur intrinsèque, quand il y en a un, et par l'un ou l'autre ou tous les deux facteurs intrinsèques 2, 3, dans le cas où l'indice est le nombre 12.

des formes quadratiques, qu'en écrivant $F(x,y) = Dz^2$ (les valeurs de F étant $x^2 \pm xy - y^2$, $x^2 - 2y^2$ ou $x^2 - 3y^2$), une telle équation est résoluble en nombres entiers.

» Or une étude empirique très étendue sur le cas où l'indice est q, qui mène à l'équation $x^3 - 3xy^2 + y^3 = Dz^3$, m'a donné lieu de croire qu'il y a une probabilité très considérable que cette équation est aussi toujours résoluble en nombres entiers. Si cela était établi, il deviendrait plus que probable que le théorème analogue est vrai pour toutes les formes cyclotomiques, et du cas de l'indice q, si seulement la résolubilité de l'équation qui y appartient était démontrée, on tirerait la belle conséquence que tout nombre dont les facteurs premiers sont de la forme $18n \pm 1$, accompagné ou non accompagné (au choix) par le facteur q, est décomposable en une somme de cubes de deux nombres rationnels. Car on démontre facilement qu'en substituant pour X, Y, Z, respectivement, certaines fonctions rationnelles et entières qu'on connaît, du neuvième degré en x, y, z, la fonction $X^3 + Y^3 + AZ^3$ contiendra $x^3 - 3xy^2 + y^3 - 3Az^3$ comme facteur algébrique.

» Voici, en quelques mots, le résumé des lois actuellement démontrées :

» *Tout diviseur de la fonction cyclotomique à l'indice k est de la forme $ik \pm 1$, excepté dans le cas que $k = \frac{p \mp 1}{m} p^j$, dans lequel cas p aussi (mais non pas p^2) sera un diviseur. Et réciproquement tout nombre dont les facteurs sont des puissances arbitraires de nombres premiers de la forme $ik \pm 1$ est diviseur de la fonction cyclotomique à l'indice k.*

» On peut y ajouter que, si l'ordre de la fonction cyclotomique [c'est-à-dire $\frac{1}{2}\varphi(k)$] est nommé ω et N un nombre quelconque qui ne divise pas k, il n'y aura aucune valeur ou ω valeurs de la variable, incongrues par rapport à N, qui rendront la fonction divisible par N. Mais si p, nombre premier, est un diviseur de k, le nombre des valeurs de la variable qui rendent la fonction divisible par p sera ou nul ou le quotient de k par la plus haute puissance qu'il contient de p. »

GÉOGRAPHIE. — *Sur quelques-unes des collections rapportées de l'expédition du passage nord-est, par l'océan Glacial de Sibérie.* Extrait d'une Lettre de **M. Nordenskiöld** à M. Daubrée, du 15 février 1880.

« Quand l'expédition sera retournée à Stockholm, on commencera immédiatement la rédaction définitive de nos nombreuses observations sur le

climat, le magnétisme, les aurores boréales, l'hydrographie, la géologie, la faune, la flore, l'ethnographie, etc., de l'Océan et des terres septentrionales de la Sibérie....

» Parmi les collections que nous rapportons, je vous citerai les suivantes :

» Une très riche collection d'animaux invertébrés, pris pendant les nombreux dragages que le premier zoologiste de l'expédition, le Dr Stuxberg, a faits surtout dans la mer Glaciale de Sibérie. A juger par ces dragages, la faune la plus riche en individus, à la profondeur de 30^m à 100^m, ne se trouve pas entre les tropiques, mais dans l'océan Glacial et dans la mer de Behring. Cependant, ici, la température au fond de la mer est toujours 1° ou 2° C. au-dessous de zéro.

» Collections de phanérogames, lichens et algues, faites par le Dr Kjellman et le Dr Almquist.

» Masses d'ossements des baleines *subfossiles* de la presqu'île des Tchouktchis et de la *Rhytina Stelleri* de l'île de Behring.

» Une très jolie collection de plantes fossiles tertiaires du Nagasachi et du Labuan (près de Bornéo, à 5°30′ longitude N.). Cette collection nous donne des renseignements sur l'ancien climat équatorial et sur les anciens centres de dispersion de la flore actuelle.

» Des pierres taillées, des ustensiles, armes, habits, etc., des Tchouktchis et des Esquimaux. Ces derniers emploient à présent, en même temps, des armes en pierre (¹) et le fusil de Remington! Cette collection contient entre autres des dessins, des gravures et sculptures en ivoire qui ont beaucoup de ressemblance avec les dessins paléolithiques de la France.

» Une collection de 1040 Ouvrages en cinq à six mille Volumes, de Livres et Manuscrits japonais, imprimés ou écrits avant l'ouverture du pays pour les Européens. Plus de la moitié de ces Ouvrages contiennent des dessins très instructifs pour l'étude de leurs arts et métiers, leurs anciennes coutumes, leurs théâtres, etc. »

(¹) Quelquefois en néphrite ou jadéite.

MÉMOIRES LUS.

MINÉRALOGIE. — *Production et cristallisation d'un silicate anhydre (enstatite) en présence de la vapeur d'eau à la pression ordinaire.* Note de M. STAN. MEUNIER. (Extrait par l'auteur.)

« Rien n'est plus facile, comme on le sait depuis longtemps, que d'obtenir artificiellement de l'enstatite cristallisée, et il suffit pour cela de faire fondre un mélange de silice et de magnésie en proportions convenables. Mais, au point de vue de l'histoire des météorites, cette solution du problème n'est qu'apparente, car plus on étudie les roches dont il s'agit, plus on est obligé de reconnaître que les phénomènes de fusion ignée sont restés à peu près étrangers à leur production. Pas n'est besoin de rappeler ici comment M. Daubrée a mis en évidence les effets désorganisateurs de la fusion sur les types les plus variés de pierres tombées du ciel ; mais on relira avec intérêt cette remarque du savant géologue :

« La température élevée produite dans le laboratoire a amené, dit-il, la formation de silicates en cristaux nets et volumineux tels qu'on n'en rencontre jamais dans les météorites. Il est en effet extrêmement digne de remarque que les substances silicatées qui composent les météorites du type commun y soient toujours à l'état de cristaux très petits et essentiellement confus, malgré leur extrême tendance à cristalliser. S'il était permis de chercher quelque analogie autour de nous, nous dirions que les cristaux obtenus par la fusion des météorites rappellent les longues aiguilles de glace que l'eau liquide forme en se congelant, tandis que la structure à grains fins des météorites naturelles du type commun ressemble plutôt à celle du givre ou de la neige, formée, comme on le sait, par le passage immédiat de la vapeur d'eau atmosphérique à l'état solide (¹). »

» C'est d'après ces considérations et guidé par mes résultats antérieurs que j'ai cherché à produire, suivant l'expression qui vient d'être rappelée, une sorte de *givre* dont la substance fût, non pas de l'eau, mais du bisilicate de magnésie. Le succès m'a mis en présence du premier cas de production d'un silicate anhydre en présence de la vapeur d'eau à la pression ordinaire (²).

» La disposition de l'expérience, qui ne pouvait avoir d'intérêt qu'autant

---

(¹) DAUBRÉE, *Études synthétiques de Géologie expérimentale*, p. 583.

(²) Je dois, à cette occasion, adresser mes vifs remercîments à M. Albert Levallois, licencié ès sciences, qui a bien voulu me prêter son concours dans quelques-unes de mes expériences.

qu'elle reproduirait des conditions naturelles, a été inspirée par des considérations qui sont du domaine de la Géologie comparée. C'est ce qu'il sera aisé de montrer.

» La situation stratigraphique des roches silicatées magnésiennes terrestres, dont l'importance apparaît plus grande chaque jour, indique que la date de leur consolidation est extrêmement reculée. Peut-être mériteraient-elles le nom de *roches primordiales,* étant chronologiquement antérieures au granite, dont la structure intime indique un milieu d'origine différent à beaucoup d'égards.

» Quoi qu'il en soit, si l'on se place au point de vue du rôle de la concrétion dans la formation des roches, on peut remarquer que les régions les plus externes du globe solaire présentent un mélange de vapeurs où se rencontrent tous les éléments nécessaires à la constitution des silicates magnésiens. Sans doute l'intensité de la chaleur qui règne dans ces régions est la seule cause, par la dissociation qu'elle provoque, du maintien de ces éléments à l'état séparé, mais il se pourrait que les composés que nous avons en vue entrassent pour une forte proportion dans la constitution de cette poussière solide à laquelle la photosphère doit tout son éclat. Les minéraux magnésiens déjà signalés sous le nom de *cosmiques* joueraient un rôle de premier ordre dans l'économie de notre système en rendant lumineuse la radiation du Soleil. En tous cas, il est logique de supposer que, soumis à un refroidissement suffisant, le mélange des vapeurs protubérantielles donnerait naissance, entre autres produits, à des silicates magnésiens.

» C'est cette idée, toute risquée qu'elle puisse sembler tout d'abord, que j'ai soumise à l'expérience, et, ne pouvant emprunter au Soleil une partie de sa chromosphère, j'ai cherché à faire de celle-ci une imitation aussi parfaite que possible pour le but spécial qui était en vue. En d'autres termes, j'ai mis en présence, à une température convenable, la vapeur d'eau, la vapeur de magnésium et la vapeur de chlorure de silicium. Dans la pratique, le magnésium, en fils ou en rubans, est placé vers le milieu d'un tube de porcelaine disposé sur un fourneau. L'une des extrémités du tube est en rapport avec une cornue où bout de l'eau; à l'autre extrémité débouche le tube abducteur d'un petit ballon renfermant du chlorure de silicium chauffé au bain-marie. On ménage, bien entendu, une issue dans l'un des bouchons pour les produits volatils. A peine le tube est-il au rouge que la réaction suivante s'établit :

$$\mathrm{Mg} + \mathrm{SiCl}^2 + 3\,\mathrm{HO} = \underbrace{\mathrm{SiO}^2, \mathrm{MgO}}_{\text{Enstatite.}} + 2\,\mathrm{HCl} + \mathrm{H}.$$

Quand l'opération est bien conduite, l'enstatite se dépose en abondance et elle se présente sous la forme d'une poudre blanche d'aspect analogue à la silice elle-même; mais, examinée au microscope, elle offre des caractères auxquels on ne saurait se tromper. Elle est entièrement cristallisée en prismes, en général non terminés, éminemment clivables et très actifs sur la lumière polarisée. Les cristaux sont précisément « très petits et essentiellement confus », comme ceux des météorites décrits plus haut, et ils affectent entre eux les mêmes groupements. Par exemple, il est très fréquent de les rencontrer sous forme de rayonnements autour d'un point, absolument comme les agglomérations d'aiguilles d'enstatite si répandues dans les météorites les plus ordinaires.

» Un autre trait d'identité réside dans les fissures qui traversent en tous sens les cristaux d'enstatite, qu'ils appartiennent à des météorites naturelles ou qu'ils sortent du tube de porcelaine, et je crois que ce caractère de fendillement est fort éloquent relativement aux conditions d'origine des roches qui le présentent. On sait que ce même caractère est offert à un très haut degré par nos roches trachytiques, et l'on doit en tirer des notions nouvelles sur le mode de formation de celles-ci. Je me réserve d'y revenir très prochainement.

» Exceptionnellement, les cristaux artificiels d'enstatite ont un volume un peu plus gros, plus de limpidité, moins de fendillements, une netteté plus parfaite d'arêtes; on ne saurait alors les distinguer de la variété si remarquable que j'ai découverte il y a plus de dix ans dans la syssidère de Deesa et décrite sous le nom de *Victorite* (1). M. Des Cloizeaux a bien voulu la soumettre alors à une étude cristallographique complète.

» Le procédé qui vient d'être exposé ne restera pas restreint à la synthèse de l'enstatite; il constitue une méthode générale d'où j'ai déjà tiré deux expériences différentes qui en dérivent, l'une par la substitution de l'aluminium métallique au magnésium, l'autre par la substitution du chlorure d'aluminium au chlorure de silicium. Les produits de ces réactions ne sont pas encore complètement étudiés, et je me borne en ce moment à prendre date à leur égard. »

---

(1) Le *Cosmos* du mois de décembre 1869.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Généralisation de deux théorèmes sur les fonctions* Θ. Note de M. Elliot. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Bertrand, Hermite, Bouquet.)

« MM. Clebsch et Gordan ont été amenés, dans leur Ouvrage *Sur les fonctions abéliennes,* à tirer de développements en série une fonction qu'ils désignent par $\Theta^{(q)}$, et qui est une somme de termes composés chacun du produit d'une fonction Θ ordinaire par une exponentielle dont l'exposant contient des intégrales de troisième espèce. Je me suis proposé, dans le Mémoire dont je donne ici un aperçu, d'étendre à cette fonction les deux théorèmes qui servent de base au problème de l'inversion d'après la méthode de Riemann. M. Briot, dans sa *Théorie des fonctions abéliennes,* en a donné la démonstration, quelle que soit la nature des points critiques et leur disposition dans le plan. J'en rappelle l'énoncé.

» Si dans une fonction $\Theta(u_1, u_2, \ldots, u_p)$ de p variables on remplace les variables u_i par $u^{(i)}(x, y) - G_i$, $u^{(i)}(x, y)$ désignant les p intégrales normales de première espèce :

» 1° La fonction $\Theta(u^{(i)} - G_i)$ admet p zéros (x_1, y_1), (x_2, y_2), $\ldots$, (x_p, y_p).

» 2° Ces zéros satisfont aux équations suivantes :

$$\sum_{h=1}^{h=p} u^{(i)}(x, y) - G_i \equiv C_i,$$

les quantités C_i désignant des constantes indépendantes des G_i et le signe $\equiv$ signifiant qu'on doit ajouter aux seconds membres des multiples quelconques des périodes.

» La fonction $\Theta^{(q)}$ que je considère diffère de celle de MM. Clebsch et Gordan par le choix des constantes qui accompagnent dans chaque terme les intégrales de troisième espèce. Pour définir ces constantes, je m'appuie sur les propriétés suivantes. Soit $v^{(k)}$ une intégrale normale de troisième espèce dont les infinis sont $(\xi^{(k)}, \xi_1^{(k)})$, $(\eta^{(k)}, \eta_1^{(k)})$. Les périodes d'indice impair de $v^{(k)}$ sont nulles, et les p périodes d'indice pair sont

$$u^{(i)}(\eta^{(k)}, \eta_1^{(k)}) - u^{(i)}(\xi^{(k)}, \xi_1^{(k)}) = 2\beta_{k,i} \quad (i = 1, 2, \ldots, p);$$

l'intégrale $u^{(i)}(\xi^{(k)}, \xi_1^{(k)})$, par exemple, est supposée prise le long d'un chemin

formé des lacets fondamentaux de deuxième espèce ([1]) conduisant de la racine initiale y_0 à la racine y_{α_k} avec laquelle commence le circuit unique qui contient le lacet $(\xi^{(k)}, \xi_1^{(k)})$ chemin suivi des lacets relatifs aux points critiques algébriques qui entrent dans ce circuit jusqu'à la droite $O\xi^{(k)}$ décrite une seule fois de O vers $\xi^{(k)}$.

» Soit $v^{(h)}$ une autre intégrale normale de troisième espèce dont les infinis sont $(\xi^{(h)}, \xi_1^{(h)})$, $(\eta^{(h)}, \eta_1^{(h)})$. Posons

$$v^{(k)}(\eta^{(h)}, \eta_1^{(h)}) - v^{(k)}(\xi^{(h)}, \xi_1^{(h)}) = L_{k,h},$$

l'intégrale $v^{(k)}$ étant prise le long d'un chemin analogue aux précédents et qui ne contient aucun lacet logarithmique. On démontre que $L_{k,h} = L_{h,k}$.

» Soient maintenant $v^{(1)}, v^{(2)}, \ldots, v^{(q)}$ q intégrales abéliennes normales de troisième espèce, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_q$ des quantités égales à ± 1, $G_1, G_2, \ldots, G_p$, $g_1, g_2, \ldots, g_q$ des constantes et $H_1, H_2, \ldots, H_q$ des quantités définies par

$$4H_t = \varepsilon_1 L_{t,1} + \ldots + \varepsilon_{t-1} L_{t,t-1} + \varepsilon_{t+1} L_{t,t+1} + \ldots + \varepsilon_q L_{t,q} \quad (t = 1, 2, \ldots, q),$$

la fonction $\Theta^{(q)}$ de la seule variable x que nous avons en vue sera

$$\Theta^{(q)}(u^{(i)} - G_i, V^{(k)} - g_k) = \sum \Theta\left(u^{(i)} - G_i + \sum_{k=1}^{k=q} \varepsilon_k \beta_{k,i}\right) e^{\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{k=q} v^{(k)} - g_k + H_k},$$

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_q = \pm 1.$$

Il y a autant de termes dans la fonction que de groupes distincts formés par les ε, c'est-à-dire 2^q. Chacun d'eux est défini par le système des valeurs attribuées aux ε, et à chaque terme répond un système déterminé de valeurs pour les constantes H. L'extension dont il s'agit consiste dans les deux théorèmes suivants :

» 1° *La fonction* $\Theta^{(q)}(u^{(i)} - G_i, v^{(k)} - g_k)$ *admet* $p + q$ *zéros* (x_1, y_1), $(x_2, y_2), \ldots, (x_{p+q}, y_{p+q})$.

» 2° *Ces* $p + q$ *zéros satisfont aux équations*

$$\sum_{h=1}^{h=p+q} u^{(i)}(x_h, y_h) - G_i = C_i \quad (i = 1, 2, \ldots, p),$$

$$\sum_{h=1}^{h=p+q} v^{(k)}(x_h, y_h) - g_k = c_k \quad (k = 1, 2, \ldots, q),$$

C_i *et* c_k *étant des constantes indépendantes des* G_i *et* g_k.

([1]) Voir l'Ouvrage de M. Briot.

» Remarquons que la fonction $\Theta^{(q)}$ peut être transformée de façon à ne contenir la variable x que par des fonctions Θ ordinaires, dont une partie est soumise à des radicaux carrés, car l'exponentielle $e^{v^{(k)}}$ peut s'exprimer par un double quotient de ces fonctions Θ.

» Je suis la marche adoptée par M. Briot pour établir la démonstration. Elle repose exactement sur les mêmes principes et ne suppose rien sur la nature des points critiques ni sur la façon dont les lacets logarithmiques entrent dans les différents circuits. Enfin, on peut affecter les 2^q termes de la fonction de signes arbitraires, mais déterminés, sans que les deux théorèmes cessent de s'appliquer. »

MÉCANIQUE. — *Détermination des tensions moyennes développées aux extrémités d'une corde pesante oscillant autour d'une position de repos apparent.* Note de M. **H. Léauté**, présentée par M. Rolland.

(Commissaires : MM. Phillips, Rolland, Resal.)

« Nous avons démontré [1] que les équations des petites oscillations d'une courbe funiculaire primitivement plane sont les suivantes :

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = A_1 - \varpi\frac{\omega}{\rho} + \frac{dT_1}{d\sigma},$$

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} = B_1 + \frac{d}{d\sigma}\left(\varpi\frac{d\beta}{d\sigma}\right) - 2V\frac{d^2\beta}{d\sigma\, dt},$$

$$\frac{d^2\gamma}{dt^2} = C_1 + \frac{d}{d\sigma}(\varpi\omega) - 2V\frac{d\omega}{dt} + \frac{T_1}{\rho},$$

$$\frac{d\alpha}{d\sigma} - \frac{\gamma}{\rho} = 0,$$

$$\frac{d\gamma}{d\sigma} + \frac{\alpha}{\rho} = \omega.$$

» Si l'on considère 1° le cas de la pesanteur, 2° un arc d'un petit nombre de degrés, 3° une inclinaison faible sur l'horizontale des éléments

(1) *Comptes rendus*, séance du 16 février 1880. Le lecteur est prié de se reporter à ce Mémoire pour les notations.

de cet arc, les équations précédentes deviennent

(1) $$\frac{dT_1}{d\sigma} = \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \varpi\frac{\omega}{\rho},$$

(2) $$0 = \frac{d^2\beta}{dt^2} - \varpi\frac{d^2\beta}{d\sigma^2} + 2V\frac{d^2\beta}{d\sigma\,dt},$$

(3) $$\frac{T_1}{\rho} = \frac{d^2\gamma}{dt^2} - \varpi\frac{d\omega}{d\sigma} + 2V\frac{d\omega}{dt},$$

(4) $$\frac{d\alpha}{d\sigma} - \frac{\gamma}{\rho} = 0,$$

(5) $$\rho\frac{d^2\alpha}{d\sigma^2} + \frac{\alpha}{\rho} = \omega,$$

où l'on peut regarder ρ et ϖ comme des constantes.

» Les diverses hypothèses que nous venons de faire sont réalisées dans les transmissions télodynamiques. En calculant donc, au moyen des formules précédentes, l'accroissement de tension T_1 qui correspond aux déplacements α' et α'' des extrémités, nous aurons tous les éléments nécessaires pour étudier complètement la question de la transmission du mouvement dans ces sortes d'installations.

» C'est le calcul de T_1 en fonction de α' et α'' qui constitue ce travail, et l'observation qui vient d'être faite suffit à en montrer l'intérêt.

» Remarquons tout d'abord que, les oscillations latérales n'ayant pas d'influence sur la tension, ainsi que nous l'avons établi dans le travail précédemment cité, nous pouvons laisser de côté l'équation (2).

» Cela posé, calculons α, γ et ω au moyen de α' et α''.

» De l'équation (5) on tire

$$\alpha = \sin\frac{\sigma}{\rho}\int\omega\cos\frac{\sigma}{\rho}\,d\sigma - \cos\frac{\sigma}{\rho}\int\omega\sin\frac{\sigma}{\rho}\,d\sigma,$$

ou, si l'on veut, puisque $\frac{\sigma}{\rho}$ est petit,

$$\alpha = \frac{1}{\rho}\iint\omega\,d\sigma^2.$$

» On a de même, par l'équation (4),

$$\gamma = \int\omega\,d\sigma,$$

de sorte que α et γ s'obtiennent par de simples quadratures quand ω est connu.

» Mais, si l'on construit la courbe dont les valeurs de ω sont les or-

données et dont les valeurs de σ sont les abscisses, on peut, au degré d'approximation que comporte la question, négliger, dans l'évaluation des intégrales précédentes, les sinuosités de cette courbe, et remplacer ω par sa valeur moyenne prise sous la forme

$$\omega = A\sigma + B,$$

A et B étant deux quantités qui ne dépendent que du temps.

» On en conclut

$$\rho\alpha = \frac{A\sigma^3}{6} + \frac{B\sigma^2}{2} + C\sigma + D,$$

$$\gamma = \frac{A\sigma^2}{2} + B\sigma + C.$$

» Les quantités A, B, C, D se déterminent par ces conditions que, pour les extrémités de l'arc $-\sigma_0$ et $+\sigma_0$, α est égal à α' et à α'', et que γ est nul; on obtient ainsi

$$(6) \qquad \alpha = \frac{\alpha' + \alpha''}{2} - \frac{\alpha'' - \alpha'}{4}\left(\frac{\sigma^2}{\sigma_0^2} - 3\right)\frac{\sigma}{\sigma_0},$$

$$(7) \qquad \gamma = \frac{3}{4}\rho\frac{\alpha'' - \alpha'}{\sigma_0}\left(1 - \frac{\sigma^2}{\sigma_0^2}\right),$$

$$(8) \qquad \omega = -\frac{3}{2}\rho(\alpha'' - \alpha')\frac{\sigma}{\sigma_0^3}.$$

» Il nous faut maintenant recourir aux équations (1) et (3) pour calculer T_1 en fonction de α', α'' et σ.

» Nous emploierons pour cela un mode particulier de développement des fonctions, à l'aide des valeurs moyennes de la fonction et de ses dérivées successives, que nous ferons connaître ultérieurement. Ce développement, borné à ses deux premiers termes, donne la formule, facile d'ailleurs à obtenir directement,

$$T_1 = (\text{moy.}\, T_1) + \sigma\left(\text{moy.}\, \frac{dT_1}{d\sigma}\right).$$

» Il suffit donc, pour obtenir T_1, de calculer les valeurs moyennes de T_1 et de $\frac{dT_1}{d\sigma}$. Or, ce calcul se fait immédiatement en substituant dans les équations (1) et (3) les valeurs de α, γ et ω fournies par les équations (6) (7) et (8); on trouve alors

$$\text{moy.}\, T_1 = \frac{1}{2\sigma_0}\int_{-\sigma_0}^{\sigma_0} T_1\, d\sigma = \frac{3}{2}\frac{\mathcal{E}\rho^2}{\sigma_0^3}(\alpha'' - \alpha') + \frac{\rho^2}{2\sigma_0}\frac{d^2(\alpha'' - \alpha')}{dt^2},$$

$$\text{moy.}\, \frac{dT_1}{d\sigma} = \frac{1}{2\sigma_0}\int_{-\sigma_0}^{\sigma_0} \frac{dT_1}{d\sigma}\, d\sigma = \frac{1}{2}\frac{d^2(\alpha'' + \alpha')}{dt^2},$$

et, par suite,

$$T_1 = \frac{3}{2}\frac{\mathfrak{T}\rho^2}{\sigma_0^3}(\alpha''-\alpha') + \frac{\rho^2}{2\sigma_0}\frac{d^2(\alpha''-\alpha')}{dt^2} + \frac{1}{2}\frac{d^2(\alpha''+\alpha')}{dt^2}\sigma,$$

ce qui donne, pour les tensions cherchées aux deux extrémités,

$$T'_1 = \frac{3}{2}\frac{\mathfrak{T}\rho^2}{\sigma_0^3}(\alpha''-\alpha') + \frac{\rho^2}{2\sigma_0}\frac{d^2(\alpha''-\alpha')}{dt^2} - \frac{1}{2}\frac{d^2(\alpha''+\alpha')}{dt^2}\sigma_0,$$

$$T''_1 = \frac{3}{2}\frac{\mathfrak{T}\rho^2}{\sigma_0^3}(\alpha''-\alpha') + \frac{\rho^2}{2\sigma_0}\frac{d^2(\alpha''-\alpha')}{dt^2} + \frac{1}{2}\frac{d^2(\alpha''+\alpha')}{dt^2}\sigma_0. \text{ »}$$

M. G. Gamard adresse une description et une photographie d'un phonographe à plateau, à mouvement rectiligne et à feuille de cuivre.

(Commissaires : MM. Fizeau, Jamin, Desains.)

M. Max. Cornu adresse un Mémoire portant pour titre « Le Meunier, maladie des laitues, *Peronospora gangliiformis* (Berk.) ».

(Commissaires : MM. Duchartre, Trécul, Chatin.)

CORRESPONDANCE.

M. G. Leveau prie l'Académie de vouloir bien le comprendre parmi les candidats à l'une des places d'Astronome titulaire de l'Observatoire de Paris.

(Renvoi à la Section d'Astronomie.)

M. F. Lucas prie l'Académie de vouloir bien le comprendre parmi les candidats à la place devenue vacante, dans la Section de Mécanique, par le décès du général *Morin*.

(Renvoi à la Section de Mécanique.)

S. M. don Pedro adresse, de Rio Janeiro, la dépêche suivante :

« Rio de Janeiro, 20 février 1880.

» *Deuxième Note de Liais.* — Comète seulement observée 4 et 8. Renseignements : Observations faites ailleurs. Approximativement, distance périhélie, 0,05 à 0,10; passage périhélie, 11; inclinaison, 80°; longitude du nœud ascendant, 120°; longitude du périhélie, 85°.

» Ped. Alcantara. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations des taches et protubérances solaires pendant les troisième et quatrième trimestres de* 1879. Lettre du P. **Tacchini** à M. le Président.

« Rome, 18 février 1880.

» Dans ma Note précédente (1), je faisais remarquer que les résultats de mes observations relatives au deuxième trimestre de 1879 indiquaient une certaine augmentation dans l'énergie des phénomènes solaires, et j'ajoutais que nous avions dépassé alors l'époque du *minimum* d'activité solaire, qui doit avoir eu lieu à peu près au commencement de l'année actuelle. Les observations que j'ai pu faire à Rome, pendant les troisième et quatrième trimestres de 1879, viennent confirmer cette assertion. Le nombre de jours d'observation a été de 143, savoir, 84 dans les mois de juillet, août et septembre, et 59 en octobre, novembre et décembre. Pour mieux montrer l'accroissement progressif de l'activité solaire, je reporterai ici les données relatives à chaque trimestre de l'année dernière :

	Premier trimestre 1879.	Deuxième trimestre 1879.	Troisième trimestre 1879.	Quatrième trimestre 1879.
Fréquence relative des taches	0,33	0,81	2,14	4,03
Fréquence des jours sans taches........	0,91	0,49	0,47	0,46
Grandeur relative des taches............	0,22	1,08	5,99	6,55
Grandeur relative des facules..........	0,22	11,40	22,56	25,27
Nombre moyen de protubérances par jour	1,1	2,6	3,4	5,1
Hauteur moyenne des protubérances.....	20″,1	36″,0	38″,81	41″,74
Extension moyenne des protubérances ...	0°,77	1°,43	1°,64	2°,01

» L'accroissement progressif de l'activité solaire est donc évident et cette série le démontre assez bien pour les différents éléments, par la raison que les observations, quoique exécutées moitié à Palerme et moitié à Rome, ont été faites d'après la même méthode d'observation, de classification et de mesure, tandis que, si l'on prend des séries exécutées par différents observateurs avec des moyens et par des méthodes assez différents, comme cela arrive d'ordinaire, l'accord ne sera pas entièrement possible; on comprend de même comment doivent varier les époques des maxima et minima en raison de la réunion de différentes séries d'observations.

» Les protubérances ont satisfait aux mêmes lois, c'est-à-dire que le

(1) *Comptes rendus*, séance du 15 septembre 1879 t. LXXXIX, p. 519.

maximum de fréquence se reproduit dans chaque hémisphère entre les parallèles de 30° et 50°, et que, en raison de l'augmentation de l'activité solaire, elles se sont étendues peu à peu jusque près des pôles, comme l'indiquent les nombres suivants :

Nombre des protubérances aux différentes latitudes héliocentriques.

3e trimestre 1879.			4e trimestre 1879.		
Latitudes.		Protubérances.	Latitudes.		Protubérances.
De + 90° à	+ 70°	2	De + 90° à	+ 70°	3
+ 70	+ 50	25	+ 70	+ 50	28
+ 50	+ 30	58	+ 50	+ 30	45
+ 30	+ 10	16	+ 30	+ 10	42
+ 10	0	3	+ 10	0	2
0	− 10	3	0	− 10	4
− 10	− 30	15	− 10	− 30	7
− 30	− 50	71	− 30	− 50	53
− 50	− 70	11	− 50	− 70	12
− 70	− 90	0	− 70	− 90	2

» Nous avons fait le même travail pour les facules; pour rendre comparable la nouvelle série avec les observations que j'ai faites à Palerme, j'ai eu la précaution, quand il y avait des doutes, d'employer un grossissement plus fort dans la projection à l'équatorial de Cauchoix. Voici les résultats obtenus :

Nombre des facules aux différentes latitudes héliocentriques.

3e trimestre 1879.			4e trimestre 1879.		
Latitudes.		Facules.	Latitudes.		Facules.
De + 90° à	+ 70°	0	De + 90° à	+ 70°	1
+ 70	+ 50	2	+ 70	+ 50	9
+ 50	+ 30	6	+ 50	+ 30	10
+ 30	+ 10	13	+ 30	+ 10	21
+ 10	0	11	+ 10	0	2
0	− 10	0	0	− 10	3
− 10	− 30	13	− 10	− 30	21
− 30	− 50	5	− 30	− 50	6
− 50	− 70	1	− 50	− 70	3
− 70	− 90	0	− 70	− 90	0

» Les facules conservent ainsi leur maximum de fréquence plus près de l'équateur solaire que les protubérances, c'est-à-dire entre les paral-

lèles de 10° et 30° dans chaque hémisphère, comme dans le deuxième trimestre. Le nombre des facules, ainsi que des protubérances, est un peu plus grand dans l'hémisphère nord du Soleil ; ce résultat s'accorde avec celui des observations antérieures, qui m'ont toujours montré une activité plus grande dans cet hémisphère, même à l'époque du minimum. D'autres particularités relatives aux observations faites pendant l'année 1879 seront mentionnées dans le Volume de l'Observatoire qui sera publié prochainement. J'ajouterai seulement que les éruptions métalliques n'ont pas fait défaut, mais ont toujours été très limitées et, à ce qu'il me semble, en proportion de l'accroissement relativement faible de l'activité solaire. »

PHYSIQUE. — *Comparaison entre les courbes des tensions des vapeurs saturées.* Note de M. P. DE MONDESIR, présentée par M. H. Sainte-Claire Deville.

« Victor Regnault, dans ses Mémoires sur les forces élastiques des vapeurs, a établi séparément pour chaque vapeur une formule empirique dont il a déduit une Table de tensions et le tracé de deux courbes. L'illustre expérimentateur n'a donné aucune indication générale sur les ressemblances et les désaccords des vapeurs étudiées par lui. On se trouve donc sans guide au milieu de vingt-huit formules exponentielles, toutes différentes les unes des autres, et d'un nombre encore plus grand de courbes qui se croisent et s'enchevêtrent en tous sens.

» En prenant pour unique base les chiffres de Regnault, sans aucune vue théorique, j'ai essayé de me rendre compte des analogies et des différences qui existent entre les vapeurs. Mon travail débute par un procédé élémentaire de comparaison entre deux vapeurs quelconques. Regnault a donné des Tables de tension de 5° en 5°; dans une de ces Tables je prends des températures également espacées, de 10° en 10° par exemple, et les tensions qui sont en regard. Dans la Table d'un autre corps je cherche, par interpolation, ces mêmes tensions et les températures qui leur correspondent. On a donc ainsi, je le répète, une seule série de tensions et les deux séries des températures qui, appliquées aux deux corps, produisent ces tensions. Les températures du premier corps ont été choisies croissantes de 10° en 10°, c'est-à-dire qu'elles forment une progression arithmétique dont la raison est 10. Il s'agit de voir comment croissent les températures du second corps. Or, les calculs faits sur toutes les vapeurs étudiées par Regnault montrent que souvent les températures du second

corps forment, elles aussi, une progression arithmétique ou à très peu près, c'est-à-dire que leurs différences successives sont sensiblement constantes. Lorsqu'elles varient, c'est avec assez de lenteur pour que dans les cas extrêmes, après un long parcours thermométrique, le changement ne dépasse pas 25 pour 100. Il faut toutefois mettre à part le protoxyde d'azote. Le Tableau ci-dessous présente une comparaison avec toutes ses colonnes :

Soufre et éther vinique.

Tensions communes des deux vapeurs.	Températures du soufre.	Différences.	Températures de l'éther.	Différences successives des températures de l'éther.
272,31	390°	20°	8°,77	8°,96
395,20	410	20	17,73	8,97
560,98	430	20	26,70	8,98
779,89	450	20	35,68	9,01
1063,17	470	20	44,69	9,02
1422,88	490	20	53,71	9,03
1871,57	510	20	62,74	9,04
2421,97	530	20	71,78	9,01
3086,51	550	20	80,79	8.99
3877,08	570		89,78	

» On voit que, les tensions, les températures du premier corps et leurs différences étant des données choisies à volonté, ce n'est pas sur elles que doit se porter l'attention, mais seulement sur les différences pour le second corps, car ces différences montrent comment marchent les accroissements de température de ce second corps. Je réduis donc les Tableaux suivants à cette partie essentielle :

AMMONIAQUE. Différence choisie.	ALCOOL. Différences.	CHLORURE phosphoreux. Différence choisie.	SULFURE de carbone. Différences.	ÉTHER iodhydrique. Différence choisie.	CHLORURE de carbone. Différences.
10°	12°,49	10°	9°,42	°	°
10	12,48	10	9,51	10	9,79
10	12,51	10	9,53	10	9,87
10	12,54	10	9,56	10	9,94
10	12,52	10	9,59	10	9,98
10	12,54	10	9,55	10	9,98
10	12,64	10	9,53	10	9,98

» Pour voir comment marche l'accroissement des températures d'un corps il suffit de comparer entre elles les différences de ce corps ; mais, pour

passer à un point de vue plus général, il faut mettre ces différences en regard de celle choisie constante pour le premier corps et prendre le quotient, puis enfin rapporter ainsi toutes les vapeurs à une seule. Ces rapports constituent pour les vapeurs un genre de nombres proportionnels que j'appellerai *paramètres*. Les paramètres sont donc les nombres de degrés qui, à partir d'une même tension, produisent pour les vapeurs les mêmes accroissements de pression. Lorsque les différences successives ne sont pas constantes, il faut adopter pour le paramètre une valeur moyenne, ou, ce que je crois préférable, la valeur au point d'ébullition ordinaire. Si les différences sont constantes, les deux vapeurs auront la même formule avec les paramètres comme facteurs de l'exposant t. Dans le même cas, pour identifier les deux courbes il suffira de construire chacune d'elles avec une échelle thermométrique inversement proportionnelle au paramètre. On peut se figurer le résultat de cette opération en imaginant qu'on prenne la planche sur laquelle est tracée la courbe de Regnault et qu'on l'allonge ou qu'on la raccourcisse dans le sens de l'axe des températures, partout proportionnellement. Si les différences sont variables et qu'on fasse la même opération avec la valeur constante choisie pour le paramètre, les courbes ne seront plus identifiées; elles seront seulement plus ou moins rapprochées. Mais la transformation reste tout aussi intéressante, parce qu'elle fait apprécier, à la vue, l'importance du rôle des paramètres. En effet, supposons qu'on prenne les vingt-huit courbes de Regnault et qu'on les place de manière à les faire passer toutes par un point d'egale tension, on aura un faisceau qui s'épanouira rapidement à partir du point commun. La courbe de l'acide carbonique fera l'un des bords du faisceau, celle du soufre l'autre bord, et toutes les autres courbes tomberont entre deux. Si l'on suit le faisceau, on verra que, la courbe de l'acide carbonique ayant parcouru soixante et quelques degrés thermométriques, celle du soufre, pour arriver au même niveau dans le sens des ordonnées, c'est-à-dire à la même pression, en aura parcouru deux cent vingt-cinq. La largeur du faisceau, dans le sens de l'axe des températures, est la différence de parcours sur les deux bords, c'est-à-dire 160°. Appliquons maintenant à toutes les courbes la transformation par leurs paramètres rapportés à un même corps; la largeur du faisceau se réduira de 160° à 8°. Les paramètres, c'est-à-dire de simples changements de l'unité de température, représentent donc ici 95 pour 100 sur l'ensemble des différences des vapeurs.

» La transformation par les paramètres ne se borne pas à resserrer le faisceau général : elle produit encore un tout autre résultat. Sous son in-

fluence, les courbes dispersées dans toutes les parties du faisceau primitif partent de leurs positions et viennent par deux, trois, quatre ou cinq former une même ligne un peu élargie. Ces groupements, dont il n'existait pas trace auparavant, permettent de mieux préciser les similitudes et les différences des vapeurs. Je donnerai quelques explications sur ce sujet dans une prochaine Communication, si l'Académie veut bien l'accueillir. »

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur un nouvel électro-aimant*. Note de M. **Chambrier**, présentée par M. Jamin.

« L'électro-aimant dont j'ai l'honneur de donner la description à l'Académie permet d'obtenir des effets plus puissants que ceux que l'on produit, à l'aide de la même pile, avec un électro-aimant ordinaire dont la masse de fer du noyau et la bobine sont identiques à la masse de fer et à la bobine du mien.

» Le seul changement, cause de cette différence, consiste à augmenter l'étendue des surfaces en présence, de l'extrémité du noyau et de l'armature oscillante. Pour cela, j'ai indiqué plusieurs dispositions, toutes presque équivalentes au point de vue des effets : je creuse le noyau en garnissant l'armature d'un teton épousant cette cavité, ou je fais l'inverse en faisant pénétrer le noyau dans une cavité ménagée dans l'armature; enfin, je combine ces deux dispositions ensemble, en permettant à la circonférence du noyau de pénétrer dans une rainure circulaire creusée dans l'armature.

» Mon électro-aimant, appliqué à un récepteur télégraphique Morse ou Breguet, nécessite une pile de 8 à 10 éléments, lorsque 15 éléments sont nécessaires pour faire fonctionner le même appareil muni d'un électro-aimant à armature plane. Le magnétisme rémanent n'est pas accru; il paraît plutôt affaibli. »

PHYSIQUE. — *Emploi du verre trempé pour la construction des condensateurs*. Note de M. G. **Ducretet**.

« Des récipients en *verre trempé*, employés comme bouteilles de Leyde, peuvent recevoir, sans être percés, une forte charge d'électricité, et par suite donner des étincelles condensées d'une puissance bien supérieure à celles qu'on obtient ordinairement. Des lames de verre trempé peuvent être employées au même usage.

» Nous possédons des bouteilles de Leyde de très petites dimensions, qui donnent des effets remarquables. »

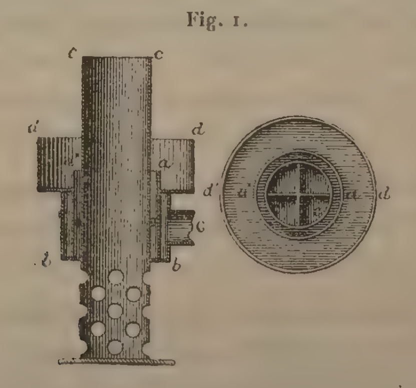
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la préparation de l'acétylène.* Note de M. E. JUNGFLEISCH, présentée par M. Berthelot.

« Depuis que M. Berthelot a montré la présence de l'acétylène dans les mélanges gazeux provenant des combustions incomplètes, celles-ci ont été souvent utilisées pour la production de cet hydrocarbure. C'est encore par une combustion incomplète que s'effectue la préparation de l'acétylène au moyen de l'appareil que je me propose de faire connaître. Le combustible est le gaz d'éclairage.

» L'acétylène devant être séparé au moyen du protochlorure de cuivre ammoniacal des produits gazeux formés en même temps que lui, il est indispensable que ces derniers ne contiennent pas d'oxygène libre qui détruirait le réactif. Cette condition est fort difficile à remplir lorsqu'on brûle le gaz dans l'air, ainsi qu'on le fait d'ordinaire. J'ai pensé qu'en renversant, en quelque sorte, les circonstances, c'est-à-dire en produisant une flamme par un jet d'air pénétrant dans une atmosphère de gaz d'éclairage, l'oxygène de l'air ne pourrait échapper à la combustion tant que la flamme serait maintenue fermée et ne présenterait à sa partie supérieure aucune solution de continuité; il serait possible, dès lors, de varier les proportions d'air et de gaz de façon à atteindre le rendement maximum en acétylène.

» Le brûleur de l'appareil que j'ai fait construire sur ce principe se compose (*fig.* 1) d'un tube cylindrique cc', terminé inférieurement par des ouvertures multiples qu'on peut ouvrir ou fermer au moyen d'une virole percée d'une manière identique. Ce tube sert à l'introduction de l'air. Le gaz d'éclai-

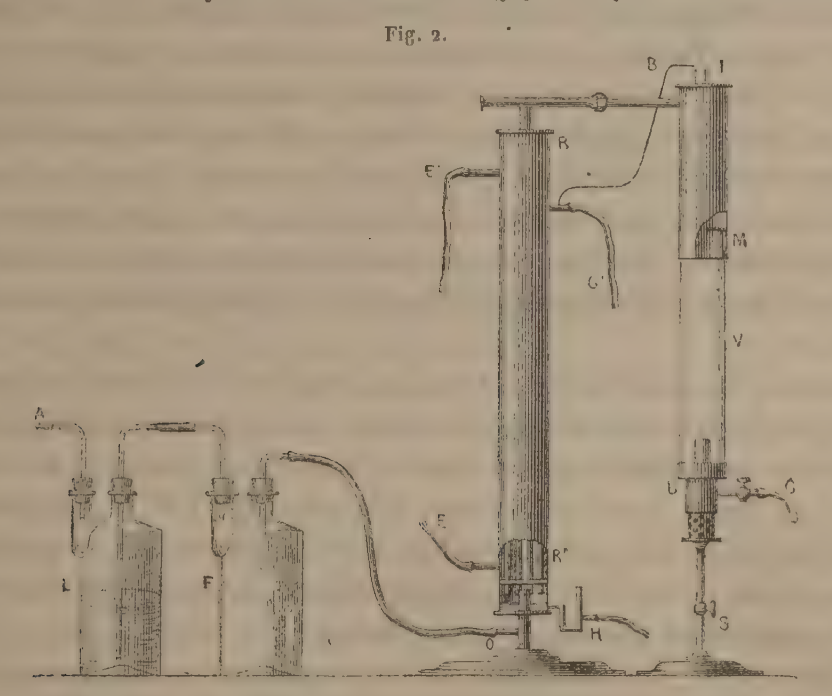
Fig. 1.



rage arrive en G, dans une boîte cylindrique *bb'*; il passe ensuite, par des orifices de grandeur et de position convenables pour le répartir régulièrement, dans un espace annulaire compris entre le tube *cc'* et un second plus large *aa'*. Une gaîne cylindrique de gaz, s'échappant de *aa'*, enveloppe ainsi l'air qui arrive en *cc'*. Une galerie *dd'*, fixée à l'appareil, supporte un verre à gaz ordinaire V, de $0^m,30$ de longueur; quelques gouttes d'huile placées dans la galerie empêchent toute entrée d'air à la base du verre. C'est dans l'intérieur de ce dernier que s'effectue la combustion incomplète.

» La seconde pièce qui, avec le brûleur, compose l'appareil est destinée à recueillir les produits de la combustion aspirés au moyen d'une trompe. Elle est formée d'un cylindre en laiton MI (*fig*. 2), pouvant recouvrir en M

Fig. 2.



la partie supérieure du verre et communiquant par un conduit horizontal IR avec un réfrigérant à tubes multiples RR', destiné à refroidir les gaz et à condenser la vapeur d'eau qu'ils contiennent. Pour assurer la fermeture, le verre pénètre en M dans un espace annulaire compris entre le tube enveloppant et un autre de moindre diamètre fixé à l'intérieur du premier. L'eau condensée dans le réfrigérant se rend en R', d'où elle s'écoule par l'orifice H, disposé en fermeture hydraulique. Les gaz sont aspirés en O et entraînés vers la trompe après avoir été dépouillés d'acétylène.

» En I, à l'extrémité du tube MI, est une petite cheminée métallique par

laquelle s'échappent, lorsque l'aspirateur ne fonctionne pas, les gaz formés en V. Ces derniers étant d'ordinaire peu facilement combustibles, on les entretient constamment allumés au moyen d'un petit brûleur B'. Pour maintenir en BI un léger excès de pression empêchant l'air de pénétrer en M, on modère l'aspiration de manière à laisser toujours échapper en I un peu des produits de la combustion incomplète; l'aspect de la flamme de ces derniers sert en même temps de guide pour régler la marche de l'appareil.

» L'expérience montre que le rendement en acétylène croît avec la quantité d'air introduite en cc'; étant donnée la composition du gaz de l'éclairage, on devrait donc pouvoir obtenir ainsi des mélanges contenant, après condensation de l'eau, de 7 à 8 pour 100 d'acétylène; mais d'autre part la proportion d'air se trouve limitée par la nécessité de maintenir la flamme fermée. En fait, les meilleures circonstances se trouvent réalisées quand les produits gazeux sont tellement mélangés d'azote et de vapeur d'eau, qu'ils brûlent en I avec une flamme pâle et s'éteignant facilement. La flamme intérieure est alors enveloppée de jaune et devient un peu fuligineuse. Dans ces conditions, le mélange gazeux aspiré contient, après avoir été dépouillé de vapeur d'eau par réfrigération, environ 3 centièmes de son volume d'acétylène. Il renferme peu d'acide carbonique et d'oxyde de carbone.

» L'aspiration nécessaire au fonctionnement de l'appareil ne peut être obtenue au moyen des trompes qui sont généralement usitées dans les laboratoires pour faire le vide et qui n'entraînent que quelques dizaines de litres par heure. Avec une pression d'eau de 12^{m} à 15^{m}, il suffit de diriger suivant l'axe d'un tube vertical de $0^{m},15$ de diamètre, de 1^{m} de longueur et plongé dans l'eau à sa partie inférieure, un jet de liquide de $0^{m},005$ à $0^{m},006$, pour avoir une aspiration suffisante.

» L'absorption de l'acétylène se fait, comme d'ordinaire, en faisant passer les gaz dans du réactif cuivreux. Le courant étant rapide, pour absorber tout l'acétylène, il est nécessaire de multiplier les flacons laveurs. On place avant ceux-ci un vase vide qui empêche les soubresauts du réactif d'agiter la flamme.

» L'appareil réglé fonctionne à peu près sans surveillance; il est nécessaire seulement de renouveler le réactif. J'ai déterminé à plusieurs reprises le volume d'acétylène pur que l'on peut obtenir en traitant par l'acide chlorhydrique l'acétylure cuivreux qu'il fournit dans un temps donné : ce volume est égal à 15^{lit} par heure. Cette production est relativement très

considérable; j'ajouterai qu'elle peut être augmentée à volonté en modifiant les dimensions du brûleur, la teneur en acétylène des gaz formés pouvant être maintenue constante. Dans tous les cas, elle est suffisante pour permettre de tenter avec l'acétylène des expériences rendues pénibles jusqu'ici par des difficultés de préparation. »

THERMOCHIMIE. — *Détermination des chaleurs de combustion de la glycérine et du glycol éthylénique.* Note de M. **W. Louguinine**, présentée par M. Berthelot.

« Les déterminations qui font le sujet du présent Mémoire ont été exécutées à l'aide de combustions vives dans une atmosphère d'oxygène. Ma manière d'opérer diffère par quelques détails de celles qui ont été usitées jusqu'à ce jour dans ce genre de recherches.

» Je me suis servi du calorimètre de M. Berthelot, avec ses enceintes préservatrices et son agitateur hélicoïdal. La combustion se produisait dans une chambre en verre. La substance à brûler, contenue dans une petite lampe en verre munie d'une mèche en amiante, était allumée au moyen d'un courant galvanique, qui échauffait à l'incandescence un fil de platine très fin, en contact avec la mèche en amiante.

» Les recherches que je publie actuellement ne portent que sur deux corps, la glycérine et le glycol; elles forment le début d'un grand travail que j'ai entrepris sur les chaleurs de combustion de différentes substances organiques.

» I. *Glycérine purifiée par distillation dans une petite cornue en portions d'à peu près* 20^{gr}. — Dans ces conditions, elle distille absolument limpide, et le thermomètre est tout à fait stable (corrigé $291°,3$). La substance a été analysée par moi.

» Quantité de chaleur dégagée dans la transformation de

$$C^3H^8O^3 \text{ liquide} + 7O \text{ gazeux} = 4H^2O \text{ liquide} + 3CO^2 \text{ gazeux}:$$

	$Q = 391076^{cal}$
	393542
	391045
	395091
	393365
	390612
Moyenne.........	392455

» II. *Glycol éthylénique provenant de la fabrique Kahlbaum de Berlin, purifié et analysé par moi.* — Quantité de chaleur dégagée dans la transformation de $C^2H^6O^2$ liquide + 5 O gazeux = 3 H^2O liquide + 2 CO^2 gazeux :

$$Q = 283735^{\text{cal}}$$
$$281951$$
$$284192$$

Moyenne.......... 283293

» Les nombres que j'ai obtenus concordent assez bien avec ceux qui étaient à prévoir. M. Berthelot a montré que l'adjonction de O correspondait à une diminution de 40000^cal^ dans la chaleur de combustion. C'est à des nombres très voisins que je suis arrivé; en effet, la chaleur de combustion de C^2H^6O... a été trouvée égale à 321000^{cal}. J'ai trouvé pour $C^2H^6O^2$... la chaleur de combustion 283293^{cal}. Différence, 37707^{cal}.

» La chaleur de combustion de l'alcool propylique n'a pas été déterminée expérimentalement. Favre et Silbermann lui attribuent une valeur de 481000^{cal}. Si l'on calcule sa valeur en partant de celle de l'alcool éthylique et si l'on ajoute à 321000^{cal} les 155000^{cal} qui correspondent à la différence entre les chaleurs de combustion des alcools homologues en passant de l'alcool éthylique à l'alcool amylique, on obtient pour la chaleur de combustion de l'alcool propylique le nombre de 476000^{cal}.

» Si nous acceptons ce dernier nombre, nous trouvons que la différence entre la chaleur de combustion de cet alcool et de la glycérine est de 83545^{cal}, ce qui correspond à une diminution de 41780^{cal} pour chaque atome de O. M. Berthelot, dans son Mémoire sur les quantités de chaleur dégagées dans la formation des composés organiques (*Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. VI), attribue à la chaleur de combustion de la glycérine la valeur de 400000^{cal}, fort rapprochée des 392455^{cal} données par l'expérience directe; ce dernier nombre ne fait que confirmer la conclusion à laquelle est arrivée M. Berthelot, que la combinaison d'un acide gras et de la glycérine avec séparation d'eau est accompagnée d'une absorption de chaleur. Je compte, du reste, étudier plus en détail cette question, en déterminant les chaleurs de combustion des acides gras et de leurs glycérides. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un ferment digestif qui se produit pendant la panification.* Note de M. **Scheurer-Kestner**, présentée par M. Wurtz.

« A la séance de l'Académie des Sciences du 25 août dernier, MM. Wurtz et Bouchut ont fait connaître la faculté digestive du suc du *Carica papaya*. Il est résulté des recherches de ces savants que le suc de cette plante renferme un ferment digestif, analogue à celui que sécrètent les plantes carnivores sur lesquelles MM. Darwin et Hooker ont appelé l'attention et dont MM. Will et Gorup-Besanez ont retiré une sorte de pepsine végétale.

» Des expériences déjà anciennes et inédites de mon père ont démontré qu'il se produit pendant la panification une fermentation particulière, dont l'action sur les substances animales telles que la viande se traduit par une digestion complète de la fibrine et des matières qui l'accompagnent, analogue à la digestion produite par la pepsine végétale.

» Commencées déjà pendant l'année 1872, les expériences de M. Scheurer père ont abouti, dès l'année suivante, à un résultat pratique, consistant dans la préparation d'un pain de munition (pain de soupe) renfermant 50 pour 100 de viande, se conservant indéfiniment sans altération, et qu'il suffit de détremper dans de l'eau bouillante pour obtenir une soupe nourrissante.

» Du pain-soupe préparé au moyen du procédé de M. Scheurer père a été envoyé au général Chanzy, commandant de corps d'armée à Tours. Nous extrayons de sa réponse, datée du 8 avril 1873, ce qui suit :

« Le pain-soupe est d'un usage très prompt, très pratique et très commode; mais la soupe ainsi obtenue, quoique très mangeable, n'est peut-être pas d'un goût assez appétissant. Il y aurait à craindre que le soldat s'en fatiguât promptement. Ce pain-soupe pourrait néanmoins rendre des services à un moment donné, et l'idée en est excellente. Resterait à savoir s'il se conserverait bien en magasin. Il y a, je crois, quelques améliorations à introduire dans le procédé de fabrication pour donner un peu plus de goût au pain. L'application de l'idée du pain-soupe mérite certainement d'être étudiée. »

» Le pain qui a été préparé en 1873 s'est parfaitement conservé jusqu'à ce jour, sans aucune trace de moisissure ni de vers, ce qui arrive toujours au bout d'un certain temps avec la viande non transformée.

» Les échantillons joints à cette Note proviennent d'un pain qui a été préparé, au mois de juin 1879, avec 250^{gr} de bœuf, 50^{gr} de lard fumé et 250^{gr} de farine. Pour préparer la soupe avec cette espèce de biscuit, on fait

bouillir pendant quinze à vingt minutes 80gr de biscuit et 1lit d'eau et, l'on ajoute du sel au moment de retirer du feu.

» Voici une Note qui a été rédigée par M. Scheurer père et qui indique le mode de préparation :

« Lorsqu'on soumet à la fermentation panaire de la viande, de quelque nature qu'elle soit, mélangée avec de la farine et du levain de boulanger, la viande se fond dans la masse du pain pendant la fermentation, et, lorsque l'opération a été bien conduite, il ne reste aucune trace de viande dans le pain; la viande s'est transformée en une matière incorruptible. Du pain préparé par ce procédé et séché ne présente, après l'avoir conservé pendant *sept ans*, aucune altération, si ce n'est un goût de rance provenant de la graisse que contenait la viande.

» Pour faire la pâte on procède de la manière suivante. On fait un mélange de 550gr à 575gr de farine, de 50gr de levain de boulanger et de 300gr de bœuf frais haché très menu. On ajoute à ce mélange la quantité d'eau nécessaire pour faire une pâte d'une épaisseur convenable. La pâte est exposée à une température modérée, où elle fermente pendant deux à trois heures. L'expérience indique le temps qu'il faut pour que la viande soit *fondue* et ait complètement disparu dans la pâte. Puis on cuit le pain comme de coutume.

» Après de nombreux essais j'ai reconnu que la fermentation, suivant des circonstances inconnues, fournit des produits plus ou moins acides, dont on combat facilement la formation en ajoutant à la pâte 1gr de bicarbonate de soude; mais le pain obtenu de cette manière est moins agréable au goût que celui sans soude. Je fus alors conduit à faire cuire d'abord la viande hachée, pendant une heure, avec la quantité d'eau nécessaire pour faire la pâte. Dès ce moment, les fermentations ont fourni un résultat constant et toute acidité a disparu.

» Il ne faudrait pas dépasser la quantité de viande employée dans ces expériences (environ 2 parties de farine contre 1 partie de viande, soit 50 pour 100 de la farine employée); de nombreuses expériences ont démontré qu'en dépassant cette proportion la fermentation reste incomplète.

» Le pain obtenu, sans être séché, a un goût agréable; on peut lui donner plus de goût en y ajoutant du sel, mais alors le pain devient hygrométrique et risque de se conserver plus difficilement. Le pain, sans dessiccation, fournit un excellent potage, et il suffit, pour le préparer, de le faire bouillir par tranches pendant un quart d'heure.

» En remplaçant une partie du bœuf par du lard fumé, on donne aux produits un goût plus relevé. Le mouton peut remplacer le bœuf à la même dose, avec addition d'oignon haché qui se fond pendant la fermentation comme la viande; il en est de même du veau, qui fournit des consommés d'un goût exquis pour être donné aux malades et aux blessés.

» Le pain préparé avec une addition de lard fumé a été reconnu d'une supériorité très grande sur celui préparé avec du bœuf seulement. Le pain préparé sans lard est plus fade : celui qui a été expérimenté par le général Chanzy était préparé sans lard. »

M. **Cosson**, à l'occasion de la Communication de M. Scheurer-Kestner, croit devoir exposer à l'Académie qu'il a, pendant le siège de Paris, fait incorporer dans du pain ou du biscuit un dixième et même deux

dixièmes d'os ayant servi à la préparation de la colle forte, et par conséquent dépouillés de matières putrescibles, réduits à la meule en poudre fine blutée comme de la farine. Cette incorporation n'altérait en rien le goût du pain ou du biscuit; sans aucune autre addition que celle d'un peu de sel, on en obtenait très promptement, par décoction, une panade dont l'usage n'a jamais présenté d'inconvénients et même a offert de sérieux avantages pour prévenir ou combattre les accidents dyssentériques dont les blessés ou les malades étaient fréquemment atteints, surtout dans la dernière période du siège. La combinaison de la viande avec les produits féculents se produit également dans les biscuits Spratt, employés généralement pour la nourriture des chiens de chasse.

HISTOLOGIE. — *De la formation des ovules et de l'ovaire chez les Mammifères et les Vertébrés ovipares*. Note de M. O. Cadiat, présentée par M. Robin.

« Il est généralement admis, depuis les recherches de Valentin, de Pflüger et surtout de Waldeyer, que l'ovule se forme avant l'ovaire et qu'il apparaît chez le Poulet au quatrième jour d'incubation, au milieu des éléments dits *de l'épithélium germinatif*.

» D'après Waldeyer, cet épithélium formerait, dans l'épaisseur de l'éminence génitale, des involutions au milieu desquelles naîtraient des ovules. Ces involutions, ayant forme de tubes, se segmenteraient autour de chaque ovule de façon à délimiter une sorte de petit kyste rempli d'épithélium. L'ovule occuperait la partie centrale de cette masse épithéliale, et les cellules enveloppantes deviendraient l'épithélium du follicule. Ainsi se trouverait constituée la vésicule de de Graaf. D'après cela, tous les éléments de l'épithélium dit *germinatif* qui ne prendraient pas le caractère d'ovules serviraient à former l'épithélium de l'ovisac. Les recherches auxquelles je me suis livré sur ce sujet me permettent d'affirmer :

» 1° Que l'épithélium germinatif et l'ovaire lui-même ne renferment de véritables ovules qu'à une période avancée du développement, alors que les organes génitaux externes permettent déjà de différencier les sexes;

» 2° Que l'épithélium de la vésicule de de Graaf a une tout autre origine que la couche de revêtement de l'éminence génitale dite *épithélium germinatif*.

» Les ovules et les vésicules de de Graaf dérivent d'éléments que l'on

peut reconnaître, au milieu des cellules de l'épithélium germinatif, du quatrième au cinquième jour d'incubation chez le Poulet. Ces éléments, beaucoup plus nets plus tard, très visibles sur des embryons de Mouton de $0^m,07$ à $0^m,08$ de long, ont au début $0^{mm},01$ de diamètre.

» Ils possèdent de très bonne heure une paroi épaisse très facile à distinguer. Cette paroi joue, comme nous le verrons, un rôle important dans la physiologie de l'élément. Le corps cellulaire est très granuleux ; il offre déjà des analogies d'aspect avec le vitellus de l'ovule. Cet élément n'a d'abord pas de noyau, mais un ou deux nucléoles volumineux. Nous lui donnons le nom d'*ovoblaste*. Celui d'*ovule primordial* ne convient pas, car ce n'est que beaucoup plus tard qu'apparaissent la membrane vitelline, la vésicule germinative, etc., et toutes les parties qui constituent l'ovule.

» Sur l'ovaire d'embryon de Mouton de $0^m,08$, les ovoblastes plus ou moins développés forment une couche continue, comme un épithélium de revêtement. On ne peut, en effet, distinguer de différences appréciables entre les cellules que nous venons de décrire et les plus petites qui les entourent. De cette couche superficielle partent des prolongements irréguliers s'enfonçant dans la trame de l'ovaire et remplis par les mêmes éléments. Ce sont ces prolongements tubuleux qui ont reçu le nom de *tubes de Pflüger*. Pour nous, tous les éléments que renferment ces tubes sont des *ovoblastes*. D'après Waldeyer, au contraire, les ovules primordiaux et les cellules destinées à l'épithélium folliculaire seraient mélangés dès le début. D'après Kölliker, des prolongements du mésovaire, formés d'épithélium, viendraient à la rencontre des involutions de l'épithélium germinatif, entoureraient chaque ovule primordial; puis un travail de séparation, se faisant sur les tubes de Pflüger, formerait autant de vésicules de de Graaf qu'il y a d'ovules. Nous pouvons affirmer que les vésicules de de Graaf se forment d'une façon toute différente : c'est l'ovoblaste lui-même qui donne naissance à tout l'ensemble de l'épithélium folliculaire, de la paroi du follicule et de l'ovule.

» Sur des embryons de Brebis, longs de $0^m,08$, $0^m,12$, $0^m,18$, $0^m,23$ et $0^m,25$, il est facile de suivre, comme nous l'avons fait, l'évolution de ces éléments.

» On voit d'abord (jusqu'à $0^m,12$) les ovoblastes augmenter de volume, acquérir des noyaux et des nucléoles, se segmenter sous leur paroi autour de ces noyaux. Plus tard, quand l'embryon de Mouton atteint $0^m,18$ et $0^m,20$, l'ovoblaste donne à sa surface des gemmes comme ceux du globule polaire, mais beaucoup moins nets. Dans ces expansions du corps cellu-

laire naissent des noyaux, et ainsi se forme une enveloppe de cellules épithéliales qui s'isolent peu à peu du corps cellulaire primitif.

» La paroi persiste, recouvrant le tout. Dès lors, à cette époque, on peut voir que presque tous les ovoblastes se transforment en vésicules de de Graaf par le processus indiqué plus haut. Ces vésicules restent groupées en amas jusqu'à l'âge adulte, comme l'étaient les ovoblastes des cordons de Pflüger.

» Au moment où se produit cette formation d'épithélium folliculaire, la cellule centrale acquiert un gros noyau un peu transparent et un nucléole correspondant le premier à la vésicule germinative et le second à la tache germinative. Son corps cellulaire se remplit de grosses granulations jaunâtres et réfringentes. Alors, à cette époque, on peut lui reconnaître les caractères véritables d'un ovule auquel il ne manque que la membrane vitelline. Celle-ci, d'après ce que nous venons de voir, n'a aucun rapport avec la paroi primitive de l'ovoblaste.

» Les premières cellules de l'épithélium folliculaire étant formées comme nous venons de le dire, elles se multiplient par segmentation de façon à constituer cette masse qui remplit la vésicule de de Graaf. On voit que cet épithélium, loin de former l'ovule, comme le pensait Waldeyer, en est un dérivé. Or, chez les Ovipares, il joue un rôle important dans la constitution du vitellus nutritif ([1]). »

PHYSIOLOGIE. — *Étude sur les modifications apportées par l'organisme animal aux diverses substances albuminoïdes injectées dans les vaisseaux* (3e série : *Injections intra-veineuses de ferments solubles*). Note de MM. **J. Béchamp** et **E. Baltus**.

« *Injections de diastase de l'orge germée.* — Nous publions les premiers résultats d'une série de recherches entreprises par nous, sur les modifica-

---

([1]) Chez les Vertébrés ovipares, en effet, le développement des ovules se fait exactement comme chez les Mammifères, pendant la première période ; mais, au moment où l'ovule véritable est formé, et se trouve entouré sous la paroi de l'ovoblaste par l'épithélium folliculaire, ce dernier, au lieu de se multiplier comme chez les Mammifères, travaille à former le vitellus de nutrition. Il se réduit peu à peu à mesure que ce vitellus augmente et disparaît à une époque variable suivant les animaux. D'après cela l'enveloppe du jaune n'est pas la membrane vitelline : c'est la paroi de l'ovoblaste hypertrophié, de telle sorte que l'œuf des squales et le jaune de l'œuf d'oiseau sont les analogues d'une vésicule de de Graaf.

tions apportées, par l'organisme animal, aux divers ferments solubles injectés dans les vaisseaux. La zymase objet de la présente Communication est la diastase de l'orge germée, obtenue parfaitement pure et d'un pouvoir rotatoire sensiblement constant, identique à celui que M. A. Béchamp a déterminé dans des recherches encore inédites.

« Première expérience. — 17 *mai* 1878. Chien de berger. P = 9^{kg},500 à jeun.

» A 10^h du matin, injection par la veine fémorale, en neuf minutes, de 95^{cc} d'une solution contenant 3^{gr} de diastase dont le pouvoir rotatoire est de 103° ↘. Pendant l'injection, vomissements alimentaires. A partir de ce moment, abattement considérable; les vomissements glaireux se répètent à courtes distances, avec défécation; l'animal meurt dans la nuit. On mélange les urines rendues à 11^h du matin (37^{cc}) et à $4^h 30^m$ (39^{cc}) avec celles qui ont été trouvées dans la vessie à l'autopsie (40^{cc}).

» Résultats négatifs à l'autopsie.

» *Analyse des urines.* — Urine très faiblement acide, louchit très légèrement par la chaleur et l'acide nitrique. La totalité est précipitée par l'alcool. Le précipité a tous les caractères de la diastase : solubilité dans l'eau après précipitation par l'alcool, non-coagulation par la chaleur; fluidification de l'empois en quelques secondes, et, trois minutes après cette action, on constate la présence du glucose. La matière en solution aqueuse a pour pouvoir rotatoire : $[\alpha] = 113°,5$ ↘. Cette solution, fortement colorée, est très difficilement observable. On a pu isoler de la totalité des urines environ 0^{gr},50 de diastase.

» Deuxième expérience. — 20 *novembre* 1878. Chien de chasse, très vigoureux. P = 20^{kg} à jeun.

» A 10^h du matin, injection par la veine fémorale, en quinze minutes, de 3^{gr} de diastase dissoute dans 95^{cc} d'eau à 35°. Pas d'incidents pendant l'injection.

» 11^h. Abattement. Vomissement d'os avalés la veille; efforts de vomissements continuels et violents.

» Midi. Une selle glaireuse. Salivation; cinq vomissements consécutifs, bilieux et spumeux.

» $1^h 30^m$. Vomissements et selle liquide. L'abattement se dissipe.

» 5^h. Le chien mange et boit avec appétit.

» 21 *novembre*. Urines de la nuit, 550^{cc}, alcalines; coloration bilieuse.

» 22 *novembre*. Le chien urine dans la matinée 700^{cc}. L'urine est franchement acide. On met l'animal en liberté; il a survécu à l'opération, mais avec une diarrhée, parfois sanguinolente, qui a persisté pendant plusieurs jours.

» *Analyse des urines.* — On précipite par l'alcool, on obtient une matière hygrométrique comme la diastase de l'orge germée, intégralement soluble dans l'eau, fluidifiant instantanément et saccharifiant rapidement l'empois. Son pouvoir rotatoire est $[\alpha]_j = 114°$ ↘. La solution était difficilement observable.

» Troisième expérience. — 27 *décembre* 1878. Chien épagneul. P = 20^{kg} à jeun.

» A 10^h du matin, injection par la veine fémorale, en vingt minutes, de 100^{cc} d'une solution contenant 7^{gr},50 de diastase. Rien de particulier pendant l'injection.

» Midi. Vomissements pénibles de glaires.

» 2^h. Abattement considérable; l'animal est couché sur le flanc.

» 6^h. Selles diarrhéiques abondantes. Refus de tout aliment. Émission de 400^{cc} d'urine neutre.

» $6^h 10^m$. Vomissements extrêmement abondants (plus de 1^{lit}) de matières glaireuses. Selles diarrhéiques très copieuses. Dans la nuit, nouveaux vomissements et mort.

» *Autopsie.* — Les poumons, le foie, les reins sont gorgés de sang; le gros intestin rempli de sang sur une longueur de $0^m,25$; nombreux foyers hémorrhagiques dans le mésentère et l'intestin grêle.

» *Analyse des urines.* — Urines légèrement alcalines, louchissant à peine par la chaleur et l'acide nitrique. La totalité est précipitée par l'alcool. La matière isolée est hygrométrique, intégralement soluble dans l'eau, fluidifiant instantanément l'empois et le saccharifiant. Le poids de la matière isolée est de $3^{gr},3$; son pouvoir rotatoire est $[\alpha]_j = 95^\circ$ ↘.

» *Conclusions.* — 1° La diastase de l'orge germée, introduite dans le système circulatoire, se retrouve partiellement dans les urines.

» 2° La diastase de l'orge germée ne subit aucune modification de la part de l'organisme, tant au point de vue de son pouvoir rotatoire qu'à celui de ses caractères chimiques. Les différences constatées doivent être imputées aux difficultés d'observation des solutions.

» 3° L'introduction de cette substance dans le sang provoque des troubles fonctionnels considérables, qui, dans les proportions d'environ $0^{gr},35$ par kilogramme du poids total de l'animal, déterminent la mort. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *De quelques exemples relatifs à l'antagonisme entre l'hérédité et le milieu.* Note de M. E. **Mer**, présentée par M. P. Duchartre.

« Lorsque les plantes amphibies passent de l'air dans l'eau ou réciproquement, les anciens organes dépérissent presque toujours et ceux qui leur succèdent en diffèrent par un ensemble de caractères en rapport avec le nouveau milieu où ils sont appelés à vivre. Toutefois il subsiste toujours des traces de l'organisation précédente, transmises par hérédité. L'épiderme, étant en contact avec le milieu, en subit le plus directement les influences et se prête le premier aux modifications qu'il réclame. Tandis que dans l'eau il est formé de cellules généralement allongées, régulières, alignées, à contour rectiligne, avec des parois et une cuticule minces, et manque de stomates, dans l'air ses cellules ont un contour plus ou moins irrégulier et sinueux, leurs parois et la cuticule s'épaississent, enfin elles

sont parsemées de stomates. Cependant certains de ces caractères, et surtout le dernier, résistent avec énergie aux influences extérieures; aussi sont-ils ceux qui établissent avec le plus d'évidence l'antagonisme entre l'hérédité et le milieu. Voici quelques exemples à ce sujet.

» On sait que les feuilles nageantes n'ont de stomates qu'à la face supérieure, et cela non seulement pour celles qui, dès leur apparition, sont en contact avec l'air, mais encore pour celles qui n'arrivent à la surface que lorsque leur développement est avancé ou même achevé. Ce cas se présente soit dans les premières feuilles des plantes à tige dressée (*Ranunculus aquatilis, Potamogeton natans*), soit dans celles qui, ayant leur rhizome enfoncé dans la vase, doivent traverser une épaisseur d'eau souvent considérable (*Nuphar pumilum*). Outre ses feuilles nageantes, cette dernière plante en possède encore d'autres qui restent toujours submergées et dont néanmoins les faces sont dissemblables; à l'inférieure, les cellules épidermiques sont plus grandes et moins sinueuses qu'à la face supérieure et possèdent, en outre, des poils réduits le plus souvent à leur cellule basilaire.

» On rencontre parfois quelques stomates à l'extrémité des feuilles laciniées vivant constamment sous l'eau (*Ranunculus aquatilis*). En outre, les cellules épidermiques y sont plus larges, moins régulières que dans les laciniures inférieures; leurs parois et la cuticule y sont plus épaisses, ce qui donne au sommet de ces feuilles un caractère plus aérien, que l'on retrouve encore, à des degrés variables, à l'extrémité des organes immergés de beaucoup d'autres plantes. C'est ainsi que, dans les frondes et pédoncules des pieds de *Subularia aquatica*, toujours submergés, les stomates augmentent de nombre à partir de la base, et qu'on en rencontre davantage encore sur les parois de l'ovaire, plus rapproché de la surface. On en trouve parfois aussi au bout des frondes du *Littorella lacustris*, sur des individus croissant près du rivage, mais non sur ceux qui sont situés assez loin du bord; néanmoins, dans ceux-ci, les cellules épidermiques sont plus irrégulièrement alignées et ont des contours moins rectilignes au sommet qu'à la base. Ces différences s'observent également dans les frondes d'*Isoetes lacustris*, principalement sur les pieds rapprochés de la rive. Sur les feuilles d'un rameau de Callitriche submergé, on voit qu'à la base de chacune d'elles les cellules épidermiques, allongées et dépourvues de stomates, ne sont pas encore sinueuses. Au milieu elles commencent à le devenir; puis ce caractère s'accentue de plus en plus jusqu'au sommet; stomates et poils deviennent en même temps plus abondants. Enfin ces caractères sont

plus marqués sur les feuilles qui sont situées à l'extrémité du rameau que sur celles qui en occupent la partie inférieure. Des différences analogues s'observent sur les feuilles de ces plantes lorsqu'elles se développent et vivent à l'air. Leurs formes diffèrent alors plus ou moins des formes aquatiques; entre les types extrêmes il existe souvent bien des passages, mais toujours le caractère aérien est plus accentué au sommet qu'à la base de l'organe. Offrant un facies plus aérien que ne le comporterait le séjour dans l'eau, plus aquatique que ne le comporterait le séjour dans l'air, ces végétaux, par suite de leur aptitude à vivre dans ces deux milieux, ont une organisation qui oscille autour d'un type moyen.

» Chez certaines plantes, les feuilles ont l'extrémité seule émergée (*Carex ampullacea, Typha,* etc.); la structure de ces deux régions est différente, quoique le passage s'opère graduellement. Les stomates, qui manquent dans la partie inférieure, commencent à apparaître assez loin de la surface de l'eau et deviennent ensuite plus nombreux dans la partie émergée. Des différences correspondantes s'observent dans l'épiderme. Les longues feuilles rubaniformes du *Sparganium natans* possèdent des stomates non seulement dans le haut de la partie submergée et dans toute la longueur de la partie nageante (face supérieure), mais encore à l'extrémité de cette dernière région (face inférieure).

» Les plantes aquatiques qui couvrent les bords des étangs à niveau largement variable sont tour à tour immergées et émergées; mais, dans les lacs d'une certaine étendue et dont le niveau reste à peu près constant, elles demeurent toujours sous l'eau. C'est ce qui arrive dans le lac de Longemer pour le *Ranunculus Flammula;* or, là, les feuilles de cette plante portent de nombreux stomates. Comme, non loin du bord, des sujets de cette espèce vivent à découvert et fructifient, on peut supposer que leurs graines se disséminent dans l'eau et donnent naissance à des individus qui gardent certains caractères aériens malgré le milieu. Dans ce même lac se trouvent deux stations, éloignées l'une de l'autre, où croît le *Subularia aquatica;* dans l'une la plante est toujours immergée, et cependant les frondes possèdent des stomates bien conformés, quoique plus rares que dans l'autre. Le caractère aérien est tellement imprimé dans ces organes, qu'un séjour, même prolongé, sous l'eau n'a pu encore le faire disparaître. »

MINÉRALOGIE. — *Sur un silicate de sesquioxyde de fer et de potasse correspondant à l'amphigène.* Note de M. P. **Hautefeuille**, présentée par M. Daubrée.

« Les premiers travaux de Mitscherlich établirent l'isomorphisme de l'alumine et du sesquioxyde de fer. Les combinaisons naturelles dans lesquelles l'alumine et le sesquioxyde de fer se remplacent partiellement ou en totalité ne se comptent plus. Mais quelques silicates alumineux contiennent de si faibles quantités de sesquioxyde de fer qu'on n'a aucune preuve de l'isomorphisme de ces bases dans ces composés, d'ailleurs peu nombreux, et parmi lesquels les plus importants sont l'amphigène et les feldspaths. Ces exceptions tiennent-elles à la nature des combinaisons ou bien aux conditions particulières de la cristallisation de ces minéraux? Telle est la question qu'on pourra se poser toutes les fois qu'on aura à sa disposition une méthode nouvelle pour faire cristalliser ces silicates.

» J'ai vainement tenté de remplacer, dans la préparation des feldspaths, l'alumine par le sesquioxyde de fer; mais j'ai pu obtenir un silicate de sesquioxyde de fer et de potasse qui rappelle l'amphigène par l'ensemble de ses propriétés et par les rapports des quantités d'oxygène contenues dans l'acide et les deux bases.

» C'est en traitant par le vanadate de potasse les éléments de ce silicate, à la température de la fusion de l'argent, qu'il se forme et cristallise. La silice et le sesquioxyde de fer amorphes disparaissent en moins d'une heure et sont remplacés dans le vanadate fondu par un sable cristallin formé de très petits pseudo-icositétraèdres. Un séjour prolongé dans ce sel de potasse permet d'obtenir des druses dans lesquelles on trouve du fer oligiste, des silicates variés et, au premier rang par le nombre et par l'éclat, des cristaux transparents d'un vert jaunâtre, dont les formes rappellent celles de l'amphigène. Ces cristaux grossissent plus rapidement et s'obtiennent exempts de tout mélange en ajoutant au bain fondu de vanadate de potasse, dès que les éléments amorphes ont disparu, environ $\frac{1}{100}$ de son poids de fluosilicate de potasse.

» L'analyse des petits cristaux permet de fixer la composition de ce silicate; elle a pu être faite par l'acide sulfurique, qui les attaque complètement :

		Oxygène.	Rapports.
Silice	49,66	26,49	8
Sesquioxyde de fer	32,13	9,64	2,9
Potasse	17,53	2,98	0,9
Perte	0,68		
	100,00		

» Ces rapports conduisent à la formule $4SiO^2, Fe^2O^3, KO$; le sesquioxyde de fer peut donc remplacer la totalité de l'alumine dans le silicate $4SiO^2, Al^2O^3, KO$, qui exprime la composition de l'amphigène.

» Ces deux composés sont isomorphes; les cristaux du nouveau silicate présentent même toutes les particularités observées sur les cristaux d'amphigène des volcans.

» Ce sont des polyèdres à vingt-quatre faces que la mesure des angles dièdres ne permet pas de distinguer facilement de l'icositétraèdre a^2. Cependant ces cristaux, pas plus que ceux d'amphigène, n'appartiennent au système cubique : ce sont des pseudo-icositétraèdres formés d'un octaèdre a^2 et d'un dioctaèdre a_2, dérivés d'un prisme quadratique.

» La forme primitive du nouveau silicate est encore plus voisine du cube que celle de l'amphigène ; c'est ce qui résulte des mesures suivantes :

	Amphigène de Frascati, d'après vom Rath.	Amphigène de sexquioxyde de fer. Angles observés.	Angles calculés.	Icositétraèdre a^2.
	°	° '	° '	° '
a^2a^2 adjacent	130. 3	130.53	130.58	131.49
a^2a_2 adjacent	146.27	147. 8	146.54	146.27
a_2a_2 arête basique	133.58	*132.50	»	131.49
a_2a_2 arête culminante sur h'	146.10	146.38	146.18	146.27
a_2a_2 arête culminante sur m	131.24	»	131.38	131.49
	$b:h::1000:1052,716$	$b:h::1000:1024,4$		

» Ces cristaux sont très fortement biréfringents; ceux d'amphigène le sont fort peu : c'est la différence la plus importante qu'on puisse citer entre ces deux espèces. Leur structure est très analogue à celle de l'amphigène; car tous les cristaux sont maclés parallèlement à b^1 et les macles se répètent quelquefois par séries parallèles. Les plaques minces constamment éteintes dans la lumière polarisée parallèle sont très rares dans les préparations, mais on observe des plages restreintes de forme rectangulaire qui sont perpendiculaires à un axe optique. Ces plages rectangulaires quand elles sont allongées forment des bandes interrompues par d'autres qui leur sont perpendiculaires : elles donnent alors aux plaques minces examinées dans la lumière polarisée l'aspect d'une fine marqueterie formée de bandes obscures sur un fond très vivement coloré, pourvu que les sections principales des nicols croisés ne soient pas à 45° des plans de macle. Ces phénomènes prouvent que ces cristaux sont des assemblages : les conditions cristallographiques particulières qui déterminent le mode de groupement de l'am-

phigène existent donc dans les cristaux de l'espèce isomorphe exempte d'alumine.

» Le sesquioxyde de fer ne se combine pas aussi facilement à la silice et à la potasse que l'alumine. Il faut pour obtenir ce silicate, non encore signalé dans la nature, exclure complètement l'alumine du bain fondu de vanadate de potasse. La température nécessaire pour la formation de ce silicate est un peu plus élevée que celle nécessaire à la préparation des feldspaths, probablement parce que le sesquioxyde de fer n'est attaqué par le vanadate alcalin qu'à plus haute température que l'alumine. Il est en effet possible de préparer de l'orthose en chauffant modérément un mélange d'alumine et de sesquioxyde de fer avec de la silice et du vanadate de potasse, sans former un seul cristal d'amphigène de sesquioxyde de fer.

» Le vanadate de potasse, employé comme agent minéralisateur, peut fournir cette nouvelle espèce chimique associée à l'orthose, à l'amphigène et à des silicates variés, parmi lesquels je me propose de chercher la szaboïte ($3\,SiO^2, Fe^2O^3$), découverte récemment par M. Koch. »

M. E. Delaurier adresse une « Étude sur les concentrateurs solaires ».

La séance est levée à 4 heures trois quarts. D.

ERRATA.

(Séance du 16 février 1880.)

Page 326, lignes 4 et 5 en remontant, supprimer les mots : « une Lettre inédite de Pascal à M. Huguens, à la Haye ; 9° ».